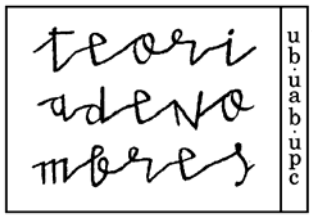
NOTES DEL SEMINARI



CORBES MODULARS: TAULES

Barcelona *1992*

1

Notes del Seminari de Teoria de Nombres
(UB–UAB–UPC)

CORBES MODULARS: TAULES

Edició a cura de

P. Bayer A. Travesa

Amb contribucions de

M. Alsina	A. Arenas	P. Bayer	E. Cases
S. Comalada	T. Crespo	J. Dexeus	J. González
J. Guàrdia	J. C. Lario	D. Magret	M. Maureso
J. Montes	E. Nart	G. Pascual	J. Quer
A. Reverter	A. Rio	J. L. Ruiz	A. Travesa
J. Vila	N. Vila	X. Xarles	⋆

P. Bayer A. Travesa
Facultat de Matemàtiques, UB
Gran Via de les Corts Catalanes, 585
08007-Barcelona. Espanya

Classificació AMS
Primària: 11Y40, 11Y70
Secundària: 11F03, 11F06, 11F80, 11G18, 11R32, 11R58, 14H10

• Barcelona 1992

Amb suport parcial de DGICYT, PB89-0215

ISBN 84-604-3577-6

Presentació

Des de fa sis anys, el Seminari de Teoria de Nombres (UB–UAB–UPC) recull les diverses experiéncies que, cada any sobre un tema monogràfic diferent, assoleixen les persones que el componen.

El tema escollit s'ha desenvolupat, fins ara, a raó de 20 sessions de dues exposicions, a càrrec de professorat de les Universitats catalanes i alumnat de tercer cicle de Matemàtiques.

El contingut de les exposicions és molt divers per la seva profunditat, precisió i abast; des de visions de conjunt de branques importants de la teoria, fins a demostracions rigoroses de resultats o recopilació d'informació dispersa a la bibliografia. En qualsevol cas, la feina que comporta la preparació de les sessions és considerable. Els beneficis, però, també, ja que així es donen a conéixer, via el propi esfor, temes candents de la recerca en Teoria de Nombres.

Amb el temps, el pblic assistent s'ha pogut anar fent amb un material d'un valor atractiu. Però, a mesura que va creixent el nombre de participants, cada cop es veu més la necessitat de tenir un accés ràpid i còmode a les experiéncies precedents. Per facilitar aquesta tasca és perqué hem decidit d'iniciar la publicació de les Notes. Qui ho desitgi hi podrà presentar per escrit les seves exposicions. Així, es pretén fer més fàcil al jovent la comprensió de temes nous i que les feines individuals, fetes al llarg dels anys, puguin ser assimilades i valorades millor.

Les Notes reflectiran l'aportació personal de cada signant. Com que moltes vegades seran el resultat de la primera lectura d'un article original, gaudiran de tots els avantatges i els defectes que aquest fet comporta. Naturalment, no es pretén cap mena d'homogeneïtat en aquests apunts: alguns treballs seran resums i d'altres, glosses de les exposicions orals.

Es diu que les paraules se les emporta el vent; les de les Notes, però, quedaran escrites i, en conseqüéncia, ni els errors ni els encerts estaran sotmesos als factors climatològics. Per això agraïm, d'entrada, totes les correccions i millores que ens faci arribar el pblic interessat.

Barcelona, estiu del 1992 P. Bayer, E. Nart, J. Quer

Contingut

Introducció

El Seminari de Teoria de Nombres (UB-UAB-UPC), durant l'any 90-91, estigué dedicat a l'estudi numèric de les corbes modulars. De cada sessió, la primera exposició fou de caràcter teòric, i la segona, de caràcter pràctic. Les taules que presentem són el resultat de les sessions de caràcter pràctic.

L'objectiu del seminari va ser doble. D'una banda, es tractava que l'estudiantat de tercer cicle iniciés l'estudi d'un tema de per si difícil. D'altra banda, que *tot* el professorat que regularment participa en aquests cursos estigués en disposició de fer ús dels recursos informàtics.

En el seminari estem ja habituats a aprendre mútuament. Aquest cop no va ser pas diferent. Les persones del grup més familiaritzades amb l'ús de l'ordinador, J.C. Lario, M. Maureso, J. Quer, i A. Travesa, actuaren com a assessores per a la resta i, d'aquesta manera, tothom va poder portar a terme els càlculs. En aquest sentit, els ajuts de M. Noy i de la UPC, que ens donà tota mena de facilitats per fer ús de les seves instal·lacions, varen tenir un paper destacable.

Els continguts de les taules s'han triat, bàsicament, en funció de la seva utilitat i viabilitat en un temps prudencial. Tots els algoritmes han estat implementats de nou i s'han estès els resultats numèrics si ja es trobaven a la bibliografia.

Els manipuladors algebraics emprats foren Mathematica i REDUCE, i els llenguatges, UBASIC, FORTRAN i C. Aquest últim fou únicament necessari en el càlcul de la Taula 18. Tots els programes foren executats en ordinadors personals, llevat del de l'esmentada taula que requerí l'ús d'una estació de treball IBM RISC/6000.

Cada taula és precedida d'una portada on se'n detalla el contingut i s'hi donen les referències bibliogràfiques pertinents. Les notacions no introduïdes corresponen a les que el temps ha anat convertint en habituals. Val a dir que, a part de la funció esmentada, l'escriptura de les portades també tenia la missió de fer superables les possibles inexperiències en l'ús de l'editor TEX.

P. Bayer

Taula 1

Funcions aritmètiques multiplicatives

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$\mathrm{Fac}(N)$, $\varphi(N)$, $\psi(N)$, $\sigma_0(N)$, $\sigma_3(N)$, $\sigma_5(N)$.

Definicions:

$$\begin{aligned}
\mathrm{Fac}(N) &:= \text{ descomposició de } N \text{ en factors primers,} \\
\varphi(N) &:= N \prod_{p|N} (1 - p^{-1}), \\
\psi(N) &:= N \prod_{p|N} (1 + p^{-1}), \\
\sigma_k(N) &:= \sum_{d|N} d^k.
\end{aligned}$$

Taula 1

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
1		1	1	1	1	1
2	2	1	3	2	9	33
3	3	2	4	2	28	244
4	2^2	2	6	3	73	1057
5	5	4	6	2	126	3126
6	2 3	2	12	4	252	8052
7	7	6	8	2	344	16808
8	2^3	4	12	4	585	33825
9	3^2	6	12	3	757	59293
10	2 5	4	18	4	1134	103158
11	11	10	12	2	1332	161052
12	$2^2 3$	4	24	6	2044	257908
13	13	12	14	2	2198	371294
14	2 7	6	24	4	3096	554664
15	3 5	8	24	4	3528	762744
16	2^4	8	24	5	4681	1082401
17	17	16	18	2	4914	1419858
18	$2\ 3^2$	6	36	6	6813	1956669
19	19	18	20	2	6860	2476100
20	$2^2 5$	8	36	6	9198	3304182
21	3 7	12	32	4	9632	4101152
22	2 11	10	36	4	11988	5314716
23	23	22	24	2	12168	6436344
24	$2^3 3$	8	48	8	16380	8253300
25	5^2	20	30	3	15751	9768751
26	2 13	12	42	4	19782	12252702
27	3^3	18	36	4	20440	14408200
28	$2^2 7$	12	48	6	25112	17766056
29	29	28	30	2	24390	20511150
30	2 3 5	8	72	8	31752	25170552
31	31	30	32	2	29792	28629152
32	2^5	16	48	6	37449	34636833
33	3 11	20	48	4	37296	39296688
34	2 17	16	54	4	44226	46855314
35	5 7	24	48	4	43344	52541808

Taula 1 (cont.)

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
36	$2^2 3^2$	12	72	9	55261	62672701
37	37	36	38	2	50654	69343958
38	2 19	18	60	4	61740	81711300
39	3 13	24	56	4	61544	90595736
40	$2^3 5$	16	72	8	73710	105736950
41	41	40	42	2	68922	115856202
42	2 3 7	12	96	8	86688	135338016
43	43	42	44	2	79508	147008444
44	$2^2 11$	20	72	6	97236	170231964
45	$3^2 5$	24	72	6	95382	185349918
46	2 23	22	72	4	109512	212399352
47	47	46	48	2	103824	229345008
48	$2^4 3$	16	96	10	131068	264105844
49	7^2	42	56	3	117993	282492057
50	$2\ 5^2$	20	90	6	141759	322368783
51	3 17	32	72	4	137592	346445352
52	$2^2 13$	24	84	6	160454	392457758
53	53	52	54	2	148878	418195494
54	$2\ 3^3$	18	108	8	183960	475470600
55	5 11	40	72	4	167832	503448552
56	$2^3 7$	24	96	8	201240	568530600
57	3 19	36	80	4	192080	604168400
58	2 29	28	90	4	219510	676867950
59	59	58	60	2	205380	714924300
60	$2^2 3\ 5$	16	144	12	257544	806220408
61	61	60	62	2	226982	844596302
62	2 31	30	96	4	268128	944762016
63	$3^2 7$	36	96	6	260408	996596744
64	2^6	32	96	7	299593	1108378657
65	5 13	48	84	4	276948	1160665044
66	2 3 11	20	144	8	335664	1296790704
67	67	66	68	2	300764	1350125108
68	$2^2 17$	32	108	6	358722	1500789906
69	3 23	44	96	4	340704	1570467936
70	2 5 7	24	144	8	390096	1733879664

Taula 1 (cont.)

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
71	71	70	72	2	357912	1804229352
72	$2^3 3^2$	24	144	12	442845	2005585725
73	73	72	74	2	389018	2073071594
74	2 37	36	114	4	455886	2288350614
75	3 5^2	40	120	6	441028	2383575244
76	$2^2$19	36	120	6	500780	2617237700
77	7 11	60	96	4	458208	2706962016
78	2 3 13	24	168	8	553896	2989659288
79	79	78	80	2	493040	3077056400
80	$2^4$5	32	144	10	589806	3383585526
81	3^4	54	108	5	551881	3501192601
82	2 41	40	126	4	620298	3823254666
83	83	82	84	2	571788	3939040644
84	$2^2$3 7	24	192	12	703136	4334917664
85	5 17	64	108	4	619164	4438476108
86	2 43	42	132	4	715572	4851278652
87	3 29	56	120	4	682920	5004720600
88	$2^3$11	40	144	8	779220	5447583900
89	89	88	90	2	704970	5584059450
90	2 $3^2$5	24	216	12	858438	6116547294
91	7 13	72	112	4	756112	6240709552
92	$2^2$23	44	144	6	888264	6803215608
93	3 31	60	128	4	834176	6985513088
94	2 47	46	144	4	934416	7568385264
95	5 19	72	120	4	864360	7740288600
96	$2^5$3	32	192	12	1048572	8451387252
97	97	96	98	2	912674	8587340258
98	2 7^2	42	168	6	1061937	9322237881
99	$3^2$11	60	144	6	1008324	9549256236
100	$2^2 5^2$	40	180	9	1149823	10325569807
101	101	100	102	2	1030302	10510100502
102	2 3 17	32	216	8	1238328	11432696616
103	103	102	104	2	1092728	11592740744
104	$2^3$13	48	168	8	1285830	12559019550
105	3 5 7	48	192	8	1213632	12820201152

Taula 1 (cont.)

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
106	2 53	52	162	4	1339902	13800451302
107	107	106	108	2	1225044	14025517308
108	$2^2 3^3$	36	216	12	1492120	15229467400
109	109	108	110	2	1295030	15386239550
110	2 5 11	40	216	8	1510488	16613802216
111	3 37	72	152	4	1418312	16919925752
112	$2^4 7$	48	192	10	1610264	18192996008
113	113	112	114	2	1442898	18424351794
114	2 3 19	36	240	8	1728720	19937557200
115	5 23	88	144	4	1533168	20120011344
116	$2^2 29$	56	180	6	1780470	21680285550
117	$3^2 13$	72	168	6	1663886	22015135142
118	2 59	58	180	4	1848420	23592501900
119	7 17	96	144	4	1690416	23864973264
120	$2^3 3$ 5	32	288	16	2063880	25799815800
121	11^2	110	132	3	1772893	25937585653
122	2 61	60	186	4	2042838	27871677966
123	3 41	80	168	4	1929816	28268913288
124	$2^2 31$	60	192	6	2174816	30261013664
125	5^3	100	150	4	1968876	30527346876
126	2 $3^2 7$	36	288	12	2343672	32887692552
127	127	126	128	2	2048384	33038369408
128	2^7	64	192	8	2396745	35468117025
129	3 43	84	176	4	2226224	35870060336
130	2 5 13	48	252	8	2492532	38301946452
131	131	130	132	2	2248092	38579489652
132	$2^2 3$ 11	40	288	12	2722608	41536599216
133	7 19	108	160	4	2359840	41618288800
134	2 67	66	204	4	2706876	44554128564
135	$3^3 5$	72	216	8	2575440	45040033200
136	$2^3 17$	64	216	8	2874690	48026696850
137	137	136	138	2	2571354	48261724458
138	2 3 23	44	288	8	3066336	51825441888
139	139	138	140	2	2685620	51888844700
140	$2^2 5$ 7	48	288	12	3164112	55536691056

Taula 1 (cont.)

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
141	3 47	92	192	4	2907072	55960181952
142	2 71	70	216	4	3221208	59539568616
143	11 13	120	168	4	2927736	59797641288
144	$2^4 3^2$	48	288	15	3543517	64178802493
145	5 29	112	180	4	3073140	64117854900
146	2 73	72	222	4	3501162	68411362602
147	$3\ 7^2$	84	224	6	3303804	68928061908
148	$2^2 37$	72	228	6	3697742	73296563606
149	149	148	150	2	3307950	73439775750
150	$2\ 3\ 5^2$	40	360	12	3969252	78657983052
151	151	150	152	2	3442952	78502725752
152	$2^3 19$	72	240	8	4013100	83754082500
153	$3^2 17$	96	216	6	3719898	84187640394
154	2 7 11	60	288	8	4123872	89329746528
155	5 31	120	192	4	3753792	89494729152
156	$2^2 3\ 13$	48	336	12	4492712	95759692952
157	157	156	158	2	3869894	95388992558
158	2 79	78	240	4	4437360	101542861200
159	3 53	104	216	4	4168584	102039700536
160	$2^5 5$	64	288	12	4718574	108274739958
161	7 23	132	192	4	4185792	108182069952
162	$2\ 3^4$	54	324	10	4966929	115539355833
163	163	162	164	2	4330748	115063617044
164	$2^2 41$	80	252	6	5031306	122460005514
165	3 5 11	80	288	8	4699296	122841446688
166	2 83	82	252	4	5146092	129988341252
167	167	166	168	2	4657464	129891985608
168	$2^3 3\ 7$	48	384	16	5634720	138721466400
169	13^2	156	182	3	4829007	137858863143
170	2 5 17	64	324	8	5572476	146469711564
171	$3^2 19$	108	240	6	5193020	146815397300
172	$2^2 43$	84	264	6	5804084	155387925308
173	173	172	174	2	5177718	154963892094
174	2 3 29	56	360	8	6146280	165155779800
175	$5^2 7$	120	240	6	5418344	164193166808

Taula 1 (cont.)

N	Fac(N)	$\varphi(N)$	$\psi(N)$	$\sigma_0(N)$	$\sigma_3(N)$	$\sigma_5(N)$
176	$2^4 11$	80	288	10	6235092	174322845852
177	3 59	116	240	4	5750640	174441529200
178	2 89	88	270	4	6344730	184273961850
179	179	178	180	2	5735340	183765996900
180	$2^2 3^2 5$	48	432	18	6962886	195914863326
181	181	180	182	2	5929742	194264244902
182	2 7 13	72	336	8	6805008	205943415216
183	3 61	120	248	4	6355496	206081497688
184	$2^3 23$	88	288	8	7118280	217709335800
185	5 37	144	228	4	6382404	216769212708
186	2 3 31	60	384	8	7507584	230521931904
187	11 17	160	216	4	6545448	228670970616
188	$2^2 47$	92	288	6	7579152	242417673456
189	$3^3 7$	108	288	8	7031360	242173025600
190	2 5 19	72	360	8	7779240	255429523800
191	191	190	192	2	6967872	254194901952
192	$2^6 3$	64	384	14	8388604	270444392308
193	193	192	194	2	7189058	267785184194
194	2 97	96	294	4	8214066	283382228514
195	3 5 13	96	336	8	7754544	283202270736
196	$2^2 7^2$	84	336	9	8613489	298594104249
197	197	196	198	2	7645374	296709280758
198	$2\ 3^2 11$	60	432	12	9074916	315125455788
199	199	198	200	2	7880600	312079601000
200	$2^3 5^2$	80	360	12	9214335	330428002575
201	3 67	132	272	4	8421392	329430526352
202	2 101	100	306	4	9272718	346833316566
203	7 29	168	240	4	8390160	344751409200
204	$2^2 3\ 17$	64	432	12	10044216	366192737064
205	5 41	160	252	4	8684172	362166487452
206	2 103	102	312	4	9834552	382560444552
207	$3^2 23$	132	288	6	9211176	381630144792
208	$2^4 13$	96	336	10	10288838	401888996894
209	11 19	180	240	4	9137520	398780857200
210	2 3 5 7	48	576	16	10922688	423066638016

Taula 2

Constants modulars de $X(N)$

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$$\begin{aligned} \nu_\infty &:= \text{nombre de punts parabòlics,} \\ g &:= \text{gènere.} \end{aligned}$$

Definicions:

$$\mu := [\overline{\Gamma}(1) : \overline{\Gamma}(N)].$$

Fórmules:

$$\mu = \begin{cases} 1, & \text{si } N = 1, \\ 6, & \text{si } N = 2, \\ \dfrac{1}{2} N \varphi(N) \psi(N), & \text{si } N > 2, \end{cases}$$

$$\nu_\infty = \begin{cases} 1, & \text{si } N = 1, \\ \dfrac{\mu}{N}, & \text{si } N > 1, \end{cases}$$

$$g = \begin{cases} 0, & \text{si } N = 1, \\ 1 + \dfrac{\mu}{12} - \dfrac{\nu_\infty}{2}, & \text{si } N > 1. \end{cases}$$

Referències: **[Sh 71]**.

Taula 2

N	ν_∞	g	N	ν_∞	g	N	ν_∞	g
1	1	0	36	432	1081	71	2520	13651
2	3	0	37	684	1768	72	1728	9505
3	4	0	38	540	1441	73	2664	14875
4	6	0	39	672	1849	74	2052	11629
5	12	0	40	576	1633	75	2400	13801
6	12	1	41	840	2451	76	2160	12601
7	24	3	42	576	1729	77	2880	17041
8	24	5	43	924	2850	78	2016	12097
9	36	10	44	720	2281	79	3120	18981
10	36	13	45	864	2809	80	2304	14209
11	60	26	46	792	2641	81	2916	18226
12	48	25	47	1104	3773	82	2520	15961
13	84	50	48	768	2689	83	3444	22100
14	72	49	49	1176	4215	84	2304	14977
15	96	73	50	900	3301	85	3456	22753
16	96	81	51	1152	4321	86	2772	18481
17	144	133	52	1008	3865	87	3360	22681
18	108	109	53	1404	5500	88	2880	19681
19	180	196	54	972	3889	89	3960	27391
20	144	169	55	1440	5881	90	2592	18145
21	192	241	56	1152	4801	91	4032	28561
22	180	241	57	1440	6121	92	3168	22705
23	264	375	58	1260	5461	93	3840	27841
24	192	289	59	1740	7686	94	3312	24289
25	300	476	60	1152	5185	95	4320	32041
26	252	421	61	1860	8526	96	3072	23041
27	324	568	62	1440	6721	97	4704	35673
28	288	529	63	1728	8209	98	3528	27049
29	420	806	64	1536	7425	99	4320	33481
30	288	577	65	2016	9913	100	3600	28201
31	480	1001	66	1440	7201	101	5100	40376
32	384	833	67	2244	11408	102	3456	27649
33	480	1081	68	1728	8929	103	5304	42875
34	432	1009	69	2112	11089	104	4032	32929
35	576	1393	70	1728	9217	105	4608	38017

Taula 2 (cont.)

N	ν_∞	g	N	ν_∞	g	N	ν_∞	g
106	4212	35101	141	8832	99361	176	11520	163201
107	5724	48178	142	7560	85681	177	13920	198361
108	3888	33049	143	10080	115081	178	11880	170281
109	5940	50986	144	6912	79489	179	16020	230956
110	4320	37441	145	10080	116761	180	10368	150337
111	5472	47881	146	7992	93241	181	16380	238876
112	4608	40705	147	9408	110545	182	12096	177409
113	6384	56925	148	8208	97129	183	14880	219481
114	4320	38881	149	11100	132276	184	12672	187969
115	6336	57553	150	7200	86401	185	16416	244873
116	5040	46201	151	11400	137751	186	11520	172801
117	6048	55945	152	8640	105121	187	17280	260641
118	5220	48721	153	10368	127009	188	13248	200929
119	6912	65089	154	8640	106561	189	15552	237169
120	4608	43777	155	11520	143041	190	12960	198721
121	7260	69576	156	8064	100801	191	18240	281201
122	5580	53941	157	12324	155078	192	12288	190465
123	6720	65521	158	9360	118561	193	18624	290225
124	5760	56641	159	11232	143209	194	14112	221089
125	7500	74376	160	9216	118273	195	16128	254017
126	5184	51841	161	12672	163681	196	14112	223441
127	8064	81313	162	8748	113725	197	19404	308848
128	6144	62465	163	13284	173800	198	12960	207361
129	7392	75769	164	10080	132721	199	19800	318451
130	6048	62497	165	11520	152641	200	14400	232801
131	8580	89376	166	10332	137761	201	17952	291721
132	5760	60481	167	13944	187083	202	15300	249901
133	8640	91441	168	9216	124417	203	20160	330961
134	6732	71809	169	14196	192830	204	13824	228097
135	7776	83593	170	10368	141697	205	20160	334321
136	6912	74881	171	12960	178201	206	15912	265201
137	9384	102443	172	11088	153385	207	19008	318385
138	6336	69697	173	14964	208250	208	16128	271489
139	9660	107066	174	10080	141121	209	21600	365401
140	6912	77185	175	14400	202801	210	13824	235009

Taula 3

Constants modulars de $X_1(N)$

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$$\begin{aligned} \nu_\infty &:= \text{nombre de punts parabòlics,} \\ g &:= \text{gènere.} \end{aligned}$$

Definicions:

$$\mu := [\overline{\Gamma}(1) : \overline{\Gamma}_1(N)].$$

Fórmules:

Per a $N \geq 5$:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{1}{2}\varphi(N)\psi(N), \\ \nu_\infty &= \frac{\varphi(N)}{2} \sum_{d|N} \frac{\varphi(t)}{t}, \qquad \text{on } \ t = \left(d, \frac{N}{d}\right), \\ g &= 1 + \frac{\mu}{12} - \frac{\nu_\infty}{2}. \end{aligned}$$

Observacions:

Per a $N \leq 4$, $X_1(N) = X_0(N)$, (cf. Taula 4).

Referències: [**Og 71**].

Taula 3

N	ν_∞	g
1	1	0
2	2	0
3	2	0
4	3	0
5	4	0
6	4	0
7	6	0
8	6	0
9	8	0
10	8	0
11	10	1
12	10	0
13	12	2
14	12	1
15	16	1
16	14	2
17	16	5
18	16	2
19	18	7
20	20	3
21	24	5
22	20	6
23	22	12
24	24	5
25	28	12
26	24	10
27	30	13
28	30	10
29	28	22
30	32	9
31	30	26
32	32	17
33	40	21
34	32	21
35	48	25

N	ν_∞	g
36	40	17
37	36	40
38	36	28
39	48	33
40	48	25
41	40	51
42	48	25
43	42	57
44	50	36
45	64	41
46	44	45
47	46	70
48	56	37
49	60	69
50	56	48
51	64	65
52	60	55
53	52	92
54	60	52
55	80	81
56	72	61
57	72	85
58	56	78
59	58	117
60	80	57
61	60	126
62	60	91
63	96	97
64	72	93
65	96	121
66	80	81
67	66	155
68	80	105
69	88	133
70	96	97

N	ν_∞	g
71	70	176
72	96	97
73	72	187
74	72	136
75	112	145
76	90	136
77	120	181
78	96	121
79	78	222
80	112	137
81	108	190
82	80	171
83	82	247
84	120	133
85	128	225
86	84	190
87	112	225
88	120	181
89	88	287
90	128	153
91	144	265
92	110	210
93	120	261
94	92	231
95	144	289
96	128	193
97	96	345
98	120	235
99	160	281
100	140	231
101	100	376
102	128	225
103	102	392
104	144	265
105	192	289

Taula 3 (cont.)

N	ν_∞	g
106	104	300
107	106	425
108	150	250
109	108	442
110	160	281
111	144	385
112	168	301
113	112	477
114	144	289
115	176	441
116	140	351
117	192	409
118	116	378
119	192	481
120	192	289
121	160	526
122	120	406
123	160	481
124	150	406
125	180	536
126	192	337
127	126	610
128	160	433
129	168	533
130	192	409
131	130	651
132	200	381
133	216	613
134	132	496
135	240	529
136	192	481
137	136	715
138	176	441
139	138	737
140	240	457

N	ν_∞	g
141	184	645
142	140	561
143	240	721
144	224	465
145	224	729
146	144	595
147	240	665
148	180	595
149	148	852
150	224	489
151	150	876
152	216	613
153	256	737
154	240	601
155	240	841
156	240	553
157	156	950
158	156	703
159	208	833
160	256	641
161	264	925
162	216	622
163	162	1027
164	200	741
165	320	801
166	164	780
167	166	1080
168	288	625
169	228	1070
170	256	737
171	288	937
172	210	820
173	172	1162
174	224	729
175	336	1033

N	ν_∞	g
176	280	821
177	232	1045
178	176	903
179	178	1247
180	320	705
181	180	1276
182	288	865
183	240	1121
184	264	925
185	288	1225
186	240	841
187	320	1281
188	230	990
189	360	1117
190	288	937
191	190	1426
192	288	881
193	192	1457
194	192	1081
195	384	1153
196	300	1027
197	196	1520
198	320	921
199	198	1552
200	336	1033
201	264	1365
202	200	1176
203	336	1513
204	320	993
205	320	1521
206	204	1225
207	352	1409
208	336	1177
209	360	1621
210	384	961

Taula 4

Constants modulars de $X_0(N)$

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$$\begin{aligned} \nu_k &:= \text{nombre de punts el·líptics d'ordre k,} \\ \nu_\infty &:= \text{nombre de punts parabòlics,} \\ g &:= \text{gènere.} \end{aligned}$$

Definicions:

$$\mu := [\overline{\Gamma}(1) : \overline{\Gamma}_0(N)].$$

Fórmules:

$$\begin{aligned} \mu &= \psi(N), \\ \nu_2 &= \begin{cases} 0, & \text{si } N \text{ és divisible per 4,} \\ \displaystyle\prod_{\substack{p|N, \\ p\neq 2}} \left(1 + \left(\frac{-1}{p}\right)\right), & \text{altrament,} \end{cases} \\ \nu_3 &= \begin{cases} 0, & \text{si } N \text{ és parell o divisible per 9,} \\ \displaystyle\prod_{p|N} \left(1 + \left(\frac{-3}{p}\right)\right), & \text{altrament,} \end{cases} \\ \nu_\infty &= \sum_{d|N} \varphi\left((d, N/d)\right), \\ g &= 1 + \frac{\mu}{12} - \frac{\nu_2}{4} - \frac{\nu_3}{3} - \frac{\nu_\infty}{2}. \end{aligned}$$

Referències: **[Sh 71]**.

Taula 4

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
1	1	1	1	0
2	1	0	2	0
3	0	1	2	0
4	0	0	3	0
5	2	0	2	0
6	0	0	4	0
7	0	2	2	0
8	0	0	4	0
9	0	0	4	0
10	2	0	4	0
11	0	0	2	1
12	0	0	6	0
13	2	2	2	0
14	0	0	4	1
15	0	0	4	1
16	0	0	6	0
17	2	0	2	1
18	0	0	8	0
19	0	2	2	1
20	0	0	6	1
21	0	2	4	1
22	0	0	4	2
23	0	0	2	2
24	0	0	8	1
25	2	0	6	0
26	2	0	4	2
27	0	0	6	1
28	0	0	6	2
29	2	0	2	2
30	0	0	8	3
31	0	2	2	2
32	0	0	8	1
33	0	0	4	3
34	2	0	4	3
35	0	0	4	3

Taula 4 (cont.)

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
36	0	0	12	1
37	2	2	2	2
38	0	0	4	4
39	0	2	4	3
40	0	0	8	3
41	2	0	2	3
42	0	0	8	5
43	0	2	2	3
44	0	0	6	4
45	0	0	8	3
46	0	0	4	5
47	0	0	2	4
48	0	0	12	3
49	0	2	8	1
50	2	0	12	2
51	0	0	4	5
52	0	0	6	5
53	2	0	2	4
54	0	0	12	4
55	0	0	4	5
56	0	0	8	5
57	0	2	4	5
58	2	0	4	6
59	0	0	2	5
60	0	0	12	7
61	2	2	2	4
62	0	0	4	7
63	0	0	8	5
64	0	0	12	3
65	4	0	4	5
66	0	0	8	9
67	0	2	2	5
68	0	0	6	7
69	0	0	4	7
70	0	0	8	9

Taula 4 (cont.)

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
71	0	0	2	6
72	0	0	16	5
73	2	2	2	5
74	2	0	4	8
75	0	0	12	5
76	0	0	6	8
77	0	0	4	7
78	0	0	8	11
79	0	2	2	6
80	0	0	12	7
81	0	0	12	4
82	2	0	4	9
83	0	0	2	7
84	0	0	12	11
85	4	0	4	7
86	0	0	4	10
87	0	0	4	9
88	0	0	8	9
89	2	0	2	7
90	0	0	16	11
91	0	4	4	7
92	0	0	6	10
93	0	2	4	9
94	0	0	4	11
95	0	0	4	9
96	0	0	16	9
97	2	2	2	7
98	0	0	16	7
99	0	0	8	9
100	0	0	18	7
101	2	0	2	8
102	0	0	8	15
103	0	2	2	8
104	0	0	8	11
105	0	0	8	13

Taula 4 (cont.)

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
106	2	0	4	12
107	0	0	2	9
108	0	0	18	10
109	2	2	2	8
110	0	0	8	15
111	0	2	4	11
112	0	0	12	11
113	2	0	2	9
114	0	0	8	17
115	0	0	4	11
116	0	0	6	13
117	0	0	8	11
118	0	0	4	14
119	0	0	4	11
120	0	0	16	17
121	0	0	12	6
122	2	0	4	14
123	0	0	4	13
124	0	0	6	14
125	2	0	10	8
126	0	0	16	17
127	0	2	2	10
128	0	0	16	9
129	0	2	4	13
130	4	0	8	17
131	0	0	2	11
132	0	0	12	19
133	0	4	4	11
134	0	0	4	16
135	0	0	12	13
136	0	0	8	15
137	2	0	2	11
138	0	0	8	21
139	0	2	2	11
140	0	0	12	19

Taula 4 (cont.)

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
141	0	0	4	15
142	0	0	4	17
143	0	0	4	13
144	0	0	24	13
145	4	0	4	13
146	2	0	4	17
147	0	2	16	11
148	0	0	6	17
149	2	0	2	12
150	0	0	24	19
151	0	2	2	12
152	0	0	8	17
153	0	0	8	15
154	0	0	8	21
155	0	0	4	15
156	0	0	12	23
157	2	2	2	12
158	0	0	4	19
159	0	0	4	17
160	0	0	16	17
161	0	0	4	15
162	0	0	24	16
163	0	2	2	13
164	0	0	6	19
165	0	0	8	21
166	0	0	4	20
167	0	0	2	14
168	0	0	16	25
169	2	2	14	8
170	4	0	8	23
171	0	0	8	17
172	0	0	6	20
173	2	0	2	14
174	0	0	8	27
175	0	0	12	15

Taula 4 (cont.)

N	ν_2	ν_3	ν_∞	g
176	0	0	12	19
177	0	0	4	19
178	2	0	4	21
179	0	0	2	15
180	0	0	24	25
181	2	2	2	14
182	0	0	8	25
183	0	2	4	19
184	0	0	8	21
185	4	0	4	17
186	0	0	8	29
187	0	0	4	17
188	0	0	6	22
189	0	0	12	19
190	0	0	8	27
191	0	0	2	16
192	0	0	24	21
193	2	2	2	15
194	2	0	4	23
195	0	0	8	25
196	0	0	24	17
197	2	0	2	16
198	0	0	16	29
199	0	2	2	16
200	0	0	24	19
201	0	2	4	21
202	2	0	4	24
203	0	0	4	19
204	0	0	12	31
205	4	0	4	19
206	0	0	4	25
207	0	0	8	21
208	0	0	12	23
209	0	0	4	19
210	0	0	16	41

Taula 5

Dimensió de $S_k(N)$ i de $S_k^{new}(N)$

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 210$ i els enters parells k per a $2 \leq k \leq 12$.

Contingut:

$$d_k(N) := \dim S_k(N),$$
$$d_k^{new}(N) := \dim S_k^{new}(N).$$

Definicions:

$$\mu \quad \text{funció de Möbius,}$$
$$\beta(N) := \sum_{d|N} \mu(d)\mu(N/d).$$

Fórmules:

$$\begin{aligned} d_k(N) =& [2/k] + ((k-1)\psi(N) + (12[k/4] - 3k + 3)\nu_2 \\ &+ (12[k/3] - 4k + 4)\nu_3 - 6\nu_\infty)/12, \\ d_k^{new}(N) =& \sum_{d|N} d_k(d)\beta(N/d). \end{aligned}$$

Observacions:

$$\dim M_k(N) = \begin{cases} d_k(N) + \nu_\infty - 1, & \text{si } k = 2,\ \nu_\infty > 0, \\ d_k(N) + \nu_\infty, & \text{altrament.} \end{cases}$$

Referències: **[At-Le 70]**, **[Sh 71]**.

Taula 5

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	0	1	1
5	0	0	1	1	1	1
6	0	0	1	1	3	1
7	0	0	1	1	3	3
8	0	0	1	1	3	1
9	0	0	1	1	3	1
10	0	0	3	1	5	3
11	1	1	2	2	4	4
12	0	0	3	1	7	0
13	0	0	3	3	5	5
14	1	1	4	2	8	2
15	1	1	4	2	8	4
16	0	0	3	1	7	2
17	1	1	4	4	6	6
18	0	0	5	1	11	3
19	1	1	4	4	8	8
20	1	1	6	1	12	1
21	1	1	6	4	12	4
22	2	0	7	3	13	5
23	2	2	5	5	9	9
24	1	1	8	1	16	3
25	0	0	5	3	9	7
26	2	2	9	3	15	5
27	1	1	6	4	12	7
28	2	0	9	2	17	2
29	2	2	7	7	11	11
30	3	1	14	2	26	2
31	2	2	7	7	13	13
32	1	1	8	3	16	5
33	3	1	10	6	18	8
34	3	1	12	4	20	8
35	3	3	10	6	18	10

Taula 5 (cont.)

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
36	1	1	12	1	24	2
37	2	2	9	9	15	15
38	4	2	13	5	23	7
39	3	3	12	6	22	10
40	3	1	14	3	26	5
41	3	3	10	10	16	16
42	5	1	20	2	36	6
43	3	3	10	10	18	18
44	4	1	15	3	27	3
45	3	1	14	5	26	9
46	5	1	16	6	28	10
47	4	4	11	11	19	19
48	3	1	18	3	34	5
49	1	1	10	8	20	14
50	2	2	17	5	31	7
51	5	3	16	8	28	14
52	5	1	18	3	32	5
53	4	4	13	13	21	21
54	4	2	21	4	39	6
55	5	3	16	10	28	18
56	5	2	20	4	36	8
57	5	3	18	10	32	14
58	6	2	21	7	35	13
59	5	5	14	14	24	24
60	7	0	30	2	54	4
61	4	4	15	15	25	25
62	7	3	22	8	38	12
63	5	3	20	7	36	13
64	3	1	18	5	34	9
65	5	5	20	12	32	20
66	9	3	32	4	56	8
67	5	5	16	16	28	28
68	7	2	24	4	42	6
69	7	3	22	12	38	18
70	9	1	32	6	56	10

Taula 5 (cont.)

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
71	6	6	17	17	29	29
72	5	1	28	4	52	6
73	5	5	18	18	30	30
74	8	4	27	9	45	15
75	5	3	24	10	44	15
76	8	1	27	5	47	7
77	7	5	22	16	38	24
78	11	1	38	6	66	10
79	6	6	19	19	33	33
80	7	2	30	6	54	10
81	4	2	21	10	39	18
82	9	3	30	10	50	18
83	7	7	20	20	34	34
84	11	2	42	2	74	6
85	7	5	26	16	42	28
86	10	4	31	11	53	17
87	9	5	28	14	48	24
88	9	3	32	7	56	13
89	7	7	22	22	36	36
90	11	3	46	5	82	7
91	7	7	26	18	46	30
92	10	2	33	6	57	8
93	9	5	30	16	52	24
94	11	3	34	12	58	20
95	9	7	28	18	48	30
96	9	2	40	6	72	10
97	7	7	24	24	40	40
98	7	3	34	10	62	18
99	9	4	32	12	56	22
100	7	1	36	5	66	8
101	8	8	25	25	41	41
102	15	3	50	8	86	12
103	8	8	25	25	43	43
104	11	3	38	9	66	15
105	13	3	44	12	76	20

Taula 5 (cont.)

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
106	12	4	39	13	65	23
107	9	9	26	26	44	44
108	10	1	45	4	81	7
109	8	8	27	27	45	45
110	15	5	50	10	86	14
111	11	7	36	18	62	30
112	11	3	42	9	74	15
113	9	9	28	28	46	46
114	17	3	56	8	96	16
115	11	7	34	22	58	38
116	13	3	42	7	72	11
117	11	5	38	15	66	25
118	14	4	43	15	73	25
119	11	9	34	24	58	40
120	17	2	64	6	112	10
121	6	4	27	23	49	41
122	14	6	45	15	75	25
123	13	7	40	20	68	34
124	14	2	45	8	77	12
125	8	8	33	24	57	40
126	17	2	64	8	112	12
127	10	10	31	31	53	53
128	9	4	40	12	72	20
129	13	7	42	22	72	34
130	17	3	60	12	100	20
131	11	11	32	32	54	54
132	19	2	66	4	114	10
133	11	9	38	28	66	44
134	16	6	49	17	83	27
135	13	6	48	16	84	26
136	15	4	50	12	86	20
137	11	11	34	34	56	56
138	21	5	68	10	116	18
139	11	11	34	34	58	58
140	19	2	66	6	114	10

Taula 5 (cont.)

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
141	15	7	46	24	78	38
142	17	5	52	18	88	30
143	13	11	40	30	68	50
144	13	2	60	7	108	12
145	13	9	44	28	72	48
146	17	7	54	18	90	30
147	11	7	48	20	86	35
148	17	3	54	9	92	15
149	12	12	37	37	61	61
150	19	3	78	9	138	17
151	12	12	37	37	63	63
152	17	5	56	13	96	23
153	15	6	50	20	86	34
154	21	5	68	14	116	26
155	15	11	46	30	78	50
156	23	2	78	6	134	10
157	12	12	39	39	65	65
158	19	7	58	20	98	32
159	17	9	52	26	88	44
160	17	4	64	12	112	20
161	15	11	46	34	78	54
162	16	4	69	12	123	20
163	13	13	40	40	68	68
164	19	4	60	10	102	16
165	21	7	68	20	116	32
166	20	6	61	21	103	35
167	14	14	41	41	69	69
168	25	2	88	10	152	14
169	8	8	39	33	69	59
170	23	7	78	16	130	24
171	17	8	56	22	96	38
172	20	3	63	11	107	17
173	14	14	43	43	71	71
174	27	5	86	14	146	22
175	15	9	54	29	94	47

Taula 5 (cont.)

N	d_2	d_2^{new}	d_4	d_4^{new}	d_6	d_6^{new}
176	19	5	66	15	114	25
177	19	9	58	30	98	48
178	21	7	66	22	110	38
179	15	15	44	44	74	74
180	25	1	96	5	168	9
181	14	14	45	45	75	75
182	25	5	80	18	136	30
183	19	11	60	30	102	50
184	21	6	68	16	116	28
185	17	13	56	36	92	60
186	29	5	92	14	156	26
187	17	13	52	40	88	68
188	22	4	69	12	117	18
189	19	8	66	24	114	40
190	27	5	86	18	146	30
191	16	16	47	47	79	79
192	21	4	84	12	148	20
193	15	15	48	48	80	80
194	23	9	72	24	120	40
195	25	7	80	24	136	40
196	17	4	72	10	128	17
197	16	16	49	49	81	81
198	29	5	100	13	172	19
199	16	16	49	49	83	83
200	19	5	78	14	138	24
201	21	11	66	34	112	54
202	24	8	75	25	125	43
203	19	15	58	42	98	70
204	31	2	102	8	174	14
205	19	13	62	40	102	68
206	25	9	76	26	128	42
207	21	9	68	27	116	47
208	23	6	78	18	134	30
209	19	15	58	46	98	74
210	41	5	136	12	232	20

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
1	0	0	0	0	1	1
2	1	1	1	1	2	0
3	1	1	2	2	3	1
4	2	0	3	1	4	1
5	3	3	3	3	5	3
6	5	1	7	1	9	3
7	3	3	5	5	7	5
8	5	2	7	2	9	3
9	5	3	7	3	9	4
10	9	1	11	3	15	5
11	6	6	8	8	10	8
12	11	2	15	1	19	2
13	7	7	9	9	13	11
14	12	4	16	4	20	6
15	12	4	16	6	20	8
16	11	3	15	4	19	5
17	10	10	12	12	16	14
18	17	2	23	4	29	5
19	10	10	14	14	18	16
20	18	3	24	3	30	3
21	16	8	22	8	28	12
22	19	5	25	7	31	11
23	13	13	17	17	21	19
24	24	3	32	5	40	5
25	15	9	19	13	25	16
26	23	7	29	9	37	11
27	18	9	24	12	30	15
28	25	4	33	4	41	6
29	17	17	21	21	27	25
30	38	6	50	6	62	6
31	17	17	23	23	29	27
32	24	7	32	9	40	11
33	26	12	34	14	42	20
34	30	8	38	12	48	16
35	26	14	34	18	42	22

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
36	36	3	48	4	60	4
37	21	21	27	27	35	33
38	33	11	43	13	53	17
39	30	14	40	18	50	22
40	38	7	50	9	62	11
41	24	24	30	30	38	36
42	52	6	68	10	84	10
43	24	24	32	32	40	38
44	39	7	51	7	63	9
45	38	11	50	15	62	19
46	40	12	52	16	64	22
47	27	27	35	35	43	41
48	50	7	66	9	82	11
49	28	22	38	28	48	35
50	47	12	61	14	77	17
51	40	18	52	24	64	30
52	46	7	60	9	74	11
53	31	31	39	39	49	47
54	57	10	75	12	93	14
55	40	22	52	30	64	38
56	52	10	68	14	84	16
57	44	22	58	26	72	34
58	51	15	65	21	81	27
59	34	34	44	44	54	52
60	78	4	102	6	126	8
61	35	35	45	45	57	55
62	54	18	70	22	86	28
63	52	17	68	23	84	27
64	50	13	66	17	82	21
65	48	28	60	36	76	44
66	80	12	104	16	128	16
67	38	38	50	50	62	60
68	60	10	78	12	96	14
69	54	26	70	32	86	42
70	80	14	104	18	128	22

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
71	41	41	53	53	65	63
72	76	9	100	11	124	14
73	42	42	54	54	68	66
74	65	21	83	27	103	33
75	64	23	84	28	104	35
76	67	11	87	13	107	17
77	54	36	70	44	86	56
78	94	14	122	18	150	22
79	45	45	59	59	73	71
80	78	14	102	18	126	22
81	57	26	75	34	93	42
82	72	22	92	30	114	38
83	48	48	62	62	76	74
84	106	6	138	10	170	10
85	62	36	78	48	98	60
86	75	25	97	31	119	39
87	68	32	88	42	108	52
88	80	17	104	23	128	27
89	52	52	66	66	82	80
90	118	13	154	15	190	17
91	62	42	82	54	102	66
92	81	14	105	16	129	20
93	72	36	94	44	116	56
94	82	26	106	34	130	44
95	68	42	88	54	108	66
96	104	14	136	18	168	22
97	56	56	72	72	90	88
98	90	23	118	31	146	38
99	80	28	104	38	128	46
100	96	11	126	14	156	18
101	59	59	75	75	93	91
102	122	20	158	24	194	28
103	59	59	77	77	95	93
104	94	21	122	27	150	33
105	108	28	140	36	172	44

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
106	93	29	119	39	147	49
107	62	62	80	80	98	96
108	117	9	153	12	189	15
109	63	63	81	81	101	99
110	122	26	158	30	194	34
111	86	42	112	54	138	66
112	106	21	138	27	170	33
113	66	66	84	84	104	102
114	136	20	176	28	216	32
115	82	50	106	66	130	82
116	102	17	132	21	162	25
117	94	35	122	45	150	55
118	103	33	133	43	163	55
119	82	56	106	72	130	88
120	160	14	208	18	256	22
121	71	59	93	77	115	96
122	107	35	137	45	169	55
123	96	46	124	60	152	74
124	109	18	141	22	173	28
125	83	56	107	72	133	88
126	160	18	208	22	256	28
127	73	73	95	95	117	115
128	104	28	136	36	168	44
129	100	50	130	62	160	78
130	144	28	184	36	228	44
131	76	76	98	98	120	118
132	162	10	210	16	258	18
133	90	64	118	80	146	100
134	117	39	151	49	185	61
135	120	38	156	48	192	58
136	122	28	158	36	194	44
137	80	80	102	102	126	124
138	164	26	212	34	260	38
139	80	80	104	104	128	126
140	162	14	210	18	258	22

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
141	110	54	142	68	174	86
142	124	40	160	52	196	66
143	96	70	124	90	152	110
144	156	17	204	22	252	27
145	104	64	132	84	164	104
146	128	42	164	54	202	66
147	122	47	160	62	198	75
148	130	21	168	27	206	33
149	87	87	111	111	137	135
150	198	21	258	29	318	35
151	87	87	113	113	139	137
152	136	31	176	41	216	49
153	122	46	158	60	194	74
154	164	34	212	46	260	54
155	110	70	142	90	174	110
156	190	14	246	18	302	22
157	91	91	117	117	145	143
158	138	46	178	58	218	72
159	124	60	160	78	196	96
160	160	28	208	36	256	44
161	110	78	142	98	174	122
162	177	28	231	36	285	44
163	94	94	122	122	150	148
164	144	24	186	30	228	36
165	164	48	212	60	260	72
166	145	47	187	61	229	77
167	97	97	125	125	153	151
168	216	22	280	26	344	34
169	99	85	129	111	161	136
170	186	40	238	48	294	56
171	136	52	176	68	216	82
172	151	25	195	31	239	39
173	101	101	129	129	159	157
174	206	34	266	42	326	50
175	134	67	174	85	214	105

Taula 5 (cont.)

N	d_8	d_8^{new}	d_{10}	d_{10}^{new}	d_{12}	d_{12}^{new}
176	162	35	210	45	258	55
177	138	68	178	86	218	108
178	156	50	200	66	246	82
179	104	104	134	134	164	162
180	240	11	312	15	384	19
181	105	105	135	135	167	165
182	192	42	248	54	304	66
183	142	70	184	90	226	110
184	164	38	212	50	260	60
185	132	84	168	108	208	132
186	220	34	284	46	348	54
187	124	92	160	120	196	148
188	165	28	213	34	261	42
189	162	56	210	72	258	88
190	206	42	266	54	326	66
191	111	111	143	143	175	173
192	212	28	276	36	340	44
193	112	112	144	144	178	176
194	170	56	218	72	268	88
195	192	56	248	72	304	88
196	184	24	240	31	296	37
197	115	115	147	147	181	179
198	244	31	316	37	388	45
199	115	115	149	149	183	181
200	198	33	258	43	318	52
201	156	78	202	98	248	122
202	177	57	227	75	279	93
203	138	98	178	126	218	154
204	246	18	318	24	390	30
205	146	92	186	120	230	148
206	180	60	232	76	284	94
207	164	63	212	83	260	101
208	190	42	246	54	302	66
209	138	106	178	134	218	166
210	328	28	424	36	520	44

Taula 6

Dimensió de $S_k(N,\chi)$ i de $M_k(N,\chi)$

Entrades:

Els enters N per a $4 \leq N \leq 70$, els enters k per a $2 \leq k \leq 6$ i el conductor f del caràcter χ.

Contingut:

dim $S_k(N,\chi)$, dim $M_k(N,\chi)$.

Definicions:

$$
\begin{aligned}
x_p :=&\ \text{una arrel de } x^2+x+1 \equiv 0 \pmod{p^{v_p(N)}},\\
y :=&\ \text{una arrel de } x^2+1 \equiv 0 \pmod{N},\\
A :=&\ \{a \pmod N |\ a \equiv -1 \pmod{p^{v_p(N)}},\ a \equiv 1 \pmod{N/p^{v_p(N)}},\\
&\qquad \text{per a cada factor primer } p \text{ de } N,\ p>3\},\\
B :=&\ \{b \pmod N |\ b \equiv x_p \pmod{p^{v_p(N)}},\ b \equiv 1 \pmod{N/p^{v_p(N)}},\\
&\qquad \text{per a cada factor primer } p \text{ de } N,\ p>3\},\\
r :=&\ \begin{cases} 0, & \text{si existeix } a \in A \text{ tal que } \chi(a)=-1\\ & \text{o si no hi ha arrels de } x^2+1 \equiv 0 \pmod N,\\ \chi(y)=\pm 1, & \text{altrament,}\end{cases}\\
s :=&\ \#\{b \in B | \chi(b)=1\},\\
t :=&\ \begin{cases} 1, & \text{si existeixen arrels de } x^2+x+1 \equiv 0 \pmod N,\\ 0, & \text{altrament,}\end{cases}\\
\varepsilon_k :=&\ \begin{cases} 0, & \text{si } k \text{ senar,}\\ -1, & \text{si } k \equiv 2 \pmod 4,\\ 1, & \text{si } k \equiv 0 \pmod 4,\end{cases}\\
\mu_k :=&\ \begin{cases} 0, & \text{si } k \equiv 1 \pmod 3,\\ -1, & \text{si } k \equiv 2 \pmod 3,\\ 1, & \text{si } k \equiv 0 \pmod 3,\end{cases}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
r_p &:= v_p(N),\\
s_p &:= v_p(f),\\
2^n &:= \#\{x \pmod N |\, x^2+1 \equiv 0 \pmod N\},\\
2^m &:= \#\{x \pmod N |\, x^2+x+1 \equiv 0 \pmod N\},\\
\lambda(r_p,s_p,p) &:= \begin{cases} p^{r'}+p^{r'-1}, & \text{si } 2s_p \le r_p = 2r',\\ 2p^{r'}, & \text{si } 2s_p \le r_p = 2r'+1,\\ 2p^{r_p-s_p}, & \text{si } r_p < 2s_p. \end{cases}
\end{aligned}
$$

Fórmules:

$$
\dim S_k(N,\chi) = \begin{cases} d(k,N,\chi), & \text{si } k>2 \text{ o } \chi \neq \chi_0,\\ d(k,N,\chi)+1, & \text{si } k=2 \text{ i } \chi=\chi_0, \end{cases}
$$

$$
\dim M_k(N,\chi) = -d(2-k,N,\chi),
$$

$$
d(k,N,\chi) = \begin{cases} \dfrac{(k-1)\psi(N)}{12} - \dfrac{1}{2}\prod_{p|N}\lambda(r_p,s_p,p) + \\ +\dfrac{1}{4}\varepsilon_k r 2^n + \frac{1}{3}t\mu_k(-1)^m(-2)^s, & \text{si } \chi(-1)=(-1)^k,\\ \\ 0, & \text{altrament.} \end{cases}
$$

Referències: [**Co-Oe 77**].

Taula 6

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 4$											
f=1		0	2			0	3			1	4
f= 4		0	0	0	2	0	0	1	3	0	0
$N = 5, A = \{4\}, y = 2$											
f=1		0	1			1	3			1	3
f= 5	r=-1	0	2	0	0	0	2	0	0	2	4
	r= 0	0	0	0	2	0	0	1	3	0	0
$N = 6$											
f=1		0	3			1	5			3	7
f= 3		0	0	0	4	0	0	2	6	0	0
$N = 7, B = \{4\}$											
f=1		0	1			1	3			3	5
f= 7	s= 0	0	2	0	2	1	3	2	4	2	4
	s= 1	0	0	1	3	0	0	1	3	0	0
$N = 8$											
f=1		0	3			1	5			3	7
f= 4		0	0	0	4	0	0	2	6	0	0
f= 8		0	2	1	3	2	4	3	5	4	6
$N = 9$											
f=1		0	3			1	5			3	7
f= 3		0	0	0	4	0	0	2	6	0	0
f= 9		0	2	1	3	2	4	3	5	4	6
$N = 10, A = \{9\}, y = 7$											
f=1		0	3			3	7			5	9
f= 5	r=-1	0	4	0	0	2	6	0	0	6	10
	r= 0	0	0	1	5	0	0	4	8	0	0
$N = 11$											
f=1		1	2			2	4			4	6
f= 11		0	2	1	3	2	4	3	5	4	6
$N = 12$											
f=1		0	5			3	9			7	13
f= 3		0	0	1	7	0	0	5	11	0	0
f= 4		0	0	2	6	0	0	6	10	0	0
f= 12		0	4	2	6	4	8	6	10	8	12

Taula 6 (cont.)

N			S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 13, A = \{12\}, y = 8, B = \{3\}$												
f=1			0	1			3	5			5	7
f= 13	s= 0	r=-1	1	3	0	0	2	4	0	0	5	7
	s= 0	r= 0	0	0	1	3	0	0	4	6	0	0
	s= 0	r= 1	0	2	0	0	3	5	0	0	4	6
	s= 1	r=-1	0	2	0	0	2	4	0	0	6	8
	s= 1	r= 0	0	0	2	4	0	0	3	5	0	0
$N = 14$												
f=1			1	4			4	8			8	12
f= 7			0	4	2	6	4	8	6	10	8	12
$N = 15$												
f=1			1	4			4	8			8	12
f= 3			0	0	2	6	0	0	6	10	0	0
f= 5 , 15			0	4	2	6	4	8	6	10	8	12
$N = 16$												
f=1			0	5			3	9			7	13
f= 4			0	0	1	7	0	0	5	11	0	0
f= 8			0	4	2	6	4	8	6	10	8	12
f= 16			1	3	3	5	5	7	7	9	9	11
$N = 17, A = \{16\}, y = 13$												
f=1			1	2			4	6			6	8
f= 17	r=-1		1	3	0	0	3	5	0	0	7	9
	r= 0		0	0	2	4	0	0	5	7	0	0
	r= 1		0	2	0	0	4	6	0	0	6	8
$N = 18$												
f=1			0	7			5	13			11	19
f= 3			0	0	2	10	0	0	8	16	0	0
f= 9			1	5	4	8	7	11	10	14	13	17
$N = 19, B = \{7\}$												
f=1			1	2			4	6			8	10
f= 19	s= 0		1	3	2	4	4	6	6	8	7	9
	s= 1		0	2	3	5	4	6	5	7	8	10
$N = 20$												
f=1			1	6			6	12			12	18
f= 4			0	0	4	8	0	0	10	14	0	0
f= 5			0	6	3	9	6	12	9	15	12	18
f= 20			1	5	4	8	7	11	10	14	13	17

Taula 6 (cont.)

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 21, B = \{4\}$											
f=1		1	4			6	10			12	16
f= 3	s= 1	0	0	4	8	0	0	8	12	0	0
f= 7 , 21	s= 0	1	5	3	7	6	10	9	13	11	15
	s= 1	0	4	4	8	6	10	8	12	12	16
$N = 22$											
f=1		2	5			7	11			13	17
f= 11		1	5	4	8	7	11	10	14	13	17
$N = 23$											
f=1		2	3			5	7			9	11
f= 23		1	3	3	5	5	7	7	9	9	11
$N = 24$											
f=1		1	8			8	16			16	24
f= 3		0	0	4	12	0	0	12	20	0	0
f= 4		0	0	4	12	0	0	12	20	0	0
f= 8 , 24		2	6	6	10	10	14	14	18	18	22
f= 12		0	8	4	12	8	16	12	20	16	24
$N = 25, A = \{24\}, y = 7$											
f=1		0	5			5	11			9	15
f= 5	r=-1	0	6	0	0	4	10	0	0	10	16
	r= 0	0	0	2	8	0	0	7	13	0	0
f= 25	r=-1	2	4	0	0	6	8	0	0	12	14
	r= 0	0	0	4	6	0	0	9	11	0	0
	r= 1	1	3	0	0	7	9	0	0	11	13
$N = 26, A = \{25\}, y = 21$											
f=1		2	5			9	13			15	19
f= 13	r=-1	2	6	0	0	8	12	0	0	16	20
	r= 0	0	0	5	9	0	0	12	16	0	0
	r= 1	1	5	0	0	9	13	0	0	15	19
$N = 27$											
f=1		1	6			6	12			12	18
f= 3		0	0	3	9	0	0	9	15	0	0
f= 9		0	6	3	9	6	12	9	15	12	18
f= 27		2	4	5	7	8	10	11	13	14	16

Taula 6 (cont.)

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 28$											
f=1		2	7			9	15			17	23
f= 4		0	0	6	10	0	0	14	18	0	0
f= 7		1	7	5	11	9	15	13	19	17	23
f= 28		2	6	6	10	10	14	14	18	18	22
$N = 29, A = \{28\}, y = 12$											
f=1		2	3			7	9			11	13
f= 29	r=-1	2	4	0	0	6	8	0	0	12	14
	r= 0	0	0	4	6	0	0	9	11	0	0
	r= 1	1	3	0	0	7	9	0	0	11	13
$N = 30$											
f=1		3	10			14	22			26	34
f= 3		0	0	8	16	0	0	20	28	0	0
f= 5 , 15		2	10	8	16	14	22	20	28	26	34
$N = 31, B = \{25\}$											
f=1		2	3			7	9			13	15
f= 31	s= 0	2	4	4	6	7	9	10	12	12	14
	s= 1	1	3	5	7	7	9	9	11	13	15
$N = 32$											
f=1		1	8			8	16			16	24
f= 4		0	0	4	12	0	0	12	20	0	0
f= 8		0	8	4	12	8	16	12	20	16	24
f= 16		2	6	6	10	10	14	14	18	18	22
f= 32		3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$N = 33$											
f=1		3	6			10	14			18	22
f= 3		0	0	6	10	0	0	14	18	0	0
f= 11 , 33		2	6	6	10	10	14	14	18	18	22
$N = 34, A = \{33\}, y = 13$											
f=1		3	6			12	16			20	24
f= 17	r=-1	3	7	0	0	11	15	0	0	21	25
	r= 0	0	0	7	11	0	0	16	20	0	0
	r= 1	2	6	0	0	12	16	0	0	20	24
$N = 35$											
f=1		3	6			10	14			18	22
f= 5 , 7 , 35		2	6	6	10	10	14	14	18	18	22

Taula 6 (cont.)

N			S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 36$												
f=1			1	12			12	24			24	36
f= 3			0	0	6	18	0	0	18	30	0	0
f= 4			0	0	8	16	0	0	20	28	0	0
f= 9			3	9	9	15	15	21	21	27	27	33
f= 12			2	10	8	16	14	22	20	28	26	34
f= 36			4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 37, A = \{36\}, y = 31, B = \{26\}$												
f=1			2	3			9	11			15	17
f= 37	s= 0	r=-1	3	5	0	0	8	10	0	0	15	17
	s= 0	r= 0	0	0	5	7	0	0	12	14	0	0
	s= 0	r= 1	2	4	0	0	9	11	0	0	14	16
	s= 1	r=-1	2	4	0	0	8	10	0	0	16	18
	s= 1	r= 0	0	0	6	8	0	0	11	13	0	0
	s= 1	r= 1	1	3	0	0	9	11	0	0	15	17
$N = 38$												
f=1			4	7			13	17			23	27
f= 19			3	7	8	12	13	17	18	22	23	27
$N = 39, B = \{16\}$												
f=1			3	6			12	16			22	26
f= 3	s= 1		0	0	8	12	0	0	16	20	0	0
f= 13 , 39	s= 0		3	7	7	11	12	16	17	21	21	25
	s= 1		2	6	8	12	12	16	16	20	22	26
$N = 40$												
f=1			3	10			14	22			26	34
f= 4			0	0	8	16	0	0	20	28	0	0
f= 5 , 20			2	10	8	16	14	22	20	28	26	34
f= 8 , 40			4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 41, A = \{40\}, y = 9$												
f=1			3	4			10	12			16	18
f= 41	r=-1		3	5	0	0	9	11	0	0	17	19
	r= 0		0	0	6	8	0	0	13	15	0	0
	r= 1		2	4	0	0	10	12	0	0	16	18
$N = 42$												
f=1			5	12			20	28			36	44
f= 3			0	0	12	20	0	0	28	36	0	0
f= 7 , 21			4	12	12	20	20	28	28	36	36	44

Taula 6 (cont.)

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 43, B = \{36\}$											
f=1		3	4			10	12			18	20
f= 43	s= 0	3	5	6	8	10	12	14	16	17	19
	s= 1	2	4	7	9	10	12	13	15	18	20
$N = 44$											
f=1		4	9			15	21			27	33
f= 4		0	0	10	14	0	0	22	26	0	0
f= 11		3	9	9	15	15	21	21	27	27	33
f= 44		4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 45$											
f=1		3	10			14	22			26	34
f= 3		0	0	8	16	0	0	20	28	0	0
f= 5 , 15		2	10	8	16	14	22	20	28	26	34
f= 9 , 45		4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 46$											
f=1		5	8			16	20			28	32
f= 23		4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 47$											
f=1		4	5			11	13			19	21
f= 47		3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
$N = 48$											
f=1		3	14			18	30			34	46
f= 3		0	0	10	22	0	0	26	38	0	0
f= 4		0	0	10	22	0	0	26	38	0	0
f= 8 , 24		4	12	12	20	20	28	28	36	36	44
f= 12		2	14	10	22	18	30	26	38	34	46
f= 16 , 48		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42
$N = 49, B = \{18\}$											
f=1		1	8			10	18			20	28
f= 7	s= 0	1	9	5	13	10	18	15	23	19	27
	s= 1	0	0	6	14	0	0	14	22	0	0
f= 49	s= 0	4	6	8	10	13	15	18	20	22	24
	s= 1	3	5	9	11	13	15	17	19	23	25

Taula 6 (cont.)

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 50, A = \{49\}, y = 7$											
f=1		2	13			17	29			31	43
f= 5	r=-1	2	14	0	0	16	28	0	0	32	44
	r= 0	0	0	9	21	0	0	24	36	0	0
f= 25	r=-1	6	10	0	0	20	24	0	0	36	40
	r= 0	0	0	13	17	0	0	28	32	0	0
	r= 1	5	9	0	0	21	25	0	0	35	39
$N = 51$											
f=1		5	8			16	20			28	32
f= 3		0	0	10	14	0	0	22	26	0	0
f= 17 , 51		4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 52$											
f=1		5	10			18	24			32	38
f= 4		0	0	12	16	0	0	26	30	0	0
f= 13		4	10	11	17	18	24	25	31	32	38
f= 52		5	9	12	16	19	23	26	30	33	37
$N = 53, A = \{52\}, y = 30$											
f=1		4	5			13	15			21	23
f= 53	r=-1	4	6	0	0	12	14	0	0	22	24
	r= 0	0	0	8	10	0	0	17	19	0	0
	r= 1	3	5	0	0	13	15	0	0	21	23
$N = 54$											
f=1		4	15			21	33			39	51
f= 3		0	0	12	24	0	0	30	42	0	0
f= 9		3	15	12	24	21	33	30	42	39	51
f= 27		7	11	16	20	25	29	34	38	43	47
$N = 55$											
f=1		5	8			16	20			28	32
f= 5 , 11 , 55		4	8	10	14	16	20	22	26	28	32
$N = 56$											
f=1		5	12			20	28			36	44
f= 4		0	0	12	20	0	0	28	36	0	0
f= 7 , 28		4	12	12	20	20	28	28	36	36	44
f= 8 , 56		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42

Taula 6 (cont.)

N			S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 57, B = \{7\}$												
f=1			5	8			18	22			32	36
f= 3	s= 1		0	0	12	16	0	0	24	28	0	0
f= 19 , 57	s= 0		5	9	11	15	18	22	25	29	31	35
	s= 1		4	8	12	16	18	22	24	28	32	36
$N = 58, A = \{57\}, y = 41$												
f=1			6	9			21	25			35	39
f= 29	r=-1		6	10	0	0	20	24	0	0	36	40
	r= 0		0	0	13	17	0	0	28	32	0	0
	r= 1		5	9	0	0	21	25	0	0	35	39
$N = 59$												
f=1			5	6			14	16			24	26
f= 59			4	6	9	11	14	16	19	21	24	26
$N = 60$												
f=1			7	18			30	42			54	66
f= 3			0	0	18	30	0	0	42	54	0	0
f= 4			0	0	20	28	0	0	44	52	0	0
f= 5 , 15			6	18	18	30	30	42	42	54	54	66
f= 12 , 20 , 60			8	16	20	28	32	40	44	52	56	64
$N = 61, A = \{60\}, y = 11, B = \{47\}$												
f=1			4	5			15	17			25	27
f= 61	s= 0	r=-1	5	7	0	0	14	16	0	0	25	27
	s= 0	r= 0	0	0	9	11	0	0	20	22	0	0
	s= 0	r= 1	4	6	0	0	15	17	0	0	24	26
	s= 1	r=-1	4	6	0	0	14	16	0	0	26	28
	s= 1	r= 0	0	0	10	12	0	0	19	21	0	0
	s= 1	r= 1	3	5	0	0	15	17	0	0	25	27
$N = 62$												
f=1			7	10			22	26			38	42
f= 31			6	10	14	18	22	26	30	34	38	42
$N = 63$												
f=1			5	12			20	28			36	44
f= 3			0	0	12	20	0	0	28	36	0	0
f= 7 , 21			4	12	12	20	20	28	28	36	36	44
f= 9 , 63			6	10	14	18	22	26	30	34	38	42

Taula 6 (cont.)

N		S_2	M_2	S_3	M_3	S_4	M_4	S_5	M_5	S_6	M_6
$N = 64$											
f=1		3	14			18	30			34	46
f= 4		0	0	10	22	0	0	26	38	0	0
f= 8		2	14	10	22	18	30	26	38	34	46
f= 16		4	12	12	20	20	28	28	36	36	44
f= 32		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42
f= 64		7	9	15	17	23	25	31	33	39	41
$N = 65, A = \{14, 51\}, y = 47$											
f=1		5	8			20	24			32	36
f= 5 , 13 , 65	r=-1	6	10	0	0	18	22	0	0	34	38
	r= 0	0	0	12	16	0	0	26	30	0	0
	r= 1	4	8	0	0	20	24	0	0	32	36
$N = 66$											
f=1		9	16			32	40			56	64
f= 3		0	0	20	28	0	0	44	52	0	0
f= 11 , 33		8	16	20	28	32	40	44	52	56	64
$N = 67, B = \{37\}$											
f=1		5	6			16	18			28	30
f= 67	s= 0	5	7	10	12	16	18	22	24	27	29
	s= 1	4	6	11	13	16	18	21	23	28	30
$N = 68$											
f=1		7	12			24	30			42	48
f= 4		0	0	16	20	0	0	34	38	0	0
f= 17		6	12	15	21	24	30	33	39	42	48
f= 68		7	11	16	20	25	29	34	38	43	47
$N = 69$											
f=1		7	10			22	26			38	42
f= 3		0	0	14	18	0	0	30	34	0	0
f= 23 , 69		6	10	14	18	22	26	30	34	38	42
$N = 70$											
f=1		9	16			32	40			56	64
f= 5 , 7 , 35		8	16	20	28	32	40	44	52	56	64

Taula 7

Nombre de punts fixos de la involució w_m de $X_0(N)$

Entrades:

Els enters N per a $2 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$$m := \text{enter } \geq 2 \text{ tal que } m|N \text{ i } (m, N/m) = 1,$$
$$\nu(N, m) := \text{nombre de punts fixos de la involució } w_m \text{ de } X_0(N).$$

Definicions:

$h(D) :=$ nombre de classes del cos quadràtic de discriminant D.

Fórmules:

$$m = 2: \qquad \nu(2m', 2) = \prod_{p|m'} \left(1 + \left(\frac{-1}{p}\right)\right) + \prod_{p|m'} \left(1 + \left(\frac{-2}{p}\right)\right),$$

$$m = 3: \qquad \nu(3 \cdot 2^{\lambda} \cdot m', 3) = \begin{cases} 2 \displaystyle\prod_{p|m'} \left(1 + \left(\frac{-3}{p}\right)\right), & \text{si } \lambda = 0, 1, 2, \\ = 0, & \text{si } \lambda > 2, \end{cases}$$

$$m = 4: \qquad \nu(4m', 4) = \prod_{p|m'} \left(1 + \left(\frac{-1}{p}\right)\right) + \sum_{d|m'} \varphi\left((d, \frac{m'}{d})\right),$$

$m \geq 5$:

$$N = m,$$

$$\nu(N,m) = \begin{cases} h(-4m), & \text{si } m \not\equiv -1 \pmod 4, \\ h(-4m) + h(-m), & \text{si } m \equiv -1 \pmod 4, \end{cases}$$

$$N = 2^\lambda m, \qquad m \equiv 1 \pmod 4 :$$

$$\nu(N,m) = \begin{cases} h(-4m), & \text{si } \lambda = 1, \\ 0, & \text{si } \lambda > 1, \end{cases}$$

$$N = 2^\lambda m, \qquad m \equiv -1 \pmod 4 :$$

$$\nu(N,m) = \begin{cases} h(-4m) + 3h(-m), & \text{si } \lambda = 1, \\ 2h(-4m) + 2\left(1 + \left(\dfrac{-m}{2}\right)\right) h(-m), & \text{si } \lambda = 2, \\ 2\left(1 + \left(\dfrac{-m}{2}\right)\right) \nu(m,m), & \text{si } \lambda > 2, \end{cases}$$

$$N = 2^\lambda m\, m',$$

$$\nu(N,m) = \prod_{p \mid m'} \left(1 + \left(\frac{-m}{p}\right)\right) \nu(2^\lambda m, m).$$

Referències: [**Kl 76**].

Taula 7

N	m	$\nu(N,m)$
2	2	2
3	3	2
4	4	2
5	5	2
6	2	2
	3	2
	6	2
7	7	2
8	8	2
9	9	2
10	2	2
	5	2
	10	2
11	11	4
12	3	2
	4	2
	12	2
13	13	2
14	2	0
	7	4
	14	4
15	3	0
	5	4
	15	4
16	16	2
17	17	4
18	2	2
	9	2
	18	2
19	19	4
20	4	4
	5	0
	20	4
21	3	4
	7	0
	21	4

N	m	$\nu(N,m)$
22	2	2
	11	6
	22	2
23	23	6
24	3	0
	8	4
	24	4
25	25	2
26	2	2
	13	2
	26	6
27	27	4
28	4	2
	7	6
	28	2
29	29	6
30	2	0
	3	0
	5	4
	6	4
	10	0
	15	8
	30	4
31	31	6
32	32	4
33	3	0
	11	8
	33	4
34	2	4
	17	4
	34	4
35	5	4
	7	0
	35	8
36	4	4
	9	0
	36	4

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
37	37	2
38	2	2
	19	6
	38	6
39	3	4
	13	0
	39	8
40	5	0
	8	0
	40	4
41	41	8
42	2	0
	3	4
	6	4
	7	0
	14	8
	21	4
	42	4
43	43	4
44	4	2
	11	6
	44	6
45	5	4
	9	4
	45	4
46	2	0
	23	12
	46	4
47	47	10
48	3	0
	16	0
	48	4
49	49	4
50	2	2
	25	2
	50	6

N	m	$\nu(N,m)$
51	3	0
	17	8
	51	8
52	4	4
	13	0
	52	4
53	53	6
54	2	2
	27	6
	54	6
55	5	0
	11	8
	55	8
56	7	8
	8	0
	56	8
57	3	4
	19	0
	57	4
58	2	2
	29	6
	58	2
59	59	12
60	3	0
	4	4
	5	0
	12	0
	15	12
	20	8
	60	4
61	61	6
62	2	0
	31	12
	62	8
63	7	0
	9	0
	63	8

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
64	64	4
65	5	0
	13	0
	65	8
66	2	4
	3	0
	6	4
	11	12
	22	0
	33	4
	66	8
67	67	4
68	4	4
	17	0
	68	8
69	3	0
	23	12
	69	8
70	2	0
	5	4
	7	0
	10	4
	14	8
	35	12
	70	4
71	71	14
72	8	4
	9	0
	72	4
73	73	4
74	2	2
	37	2
	74	10
75	3	0
	25	0
	75	8

N	m	$\nu(N,m)$
76	4	2
	19	6
	76	6
77	7	4
	11	0
	77	8
78	2	0
	3	4
	6	0
	13	0
	26	12
	39	16
	78	4
79	79	10
80	5	0
	16	4
	80	8
81	81	6
82	2	4
	41	8
	82	4
83	83	12
84	3	4
	4	4
	7	0
	12	4
	21	0
	28	0
	84	8
85	5	0
	17	0
	85	4
86	2	2
	43	6
	86	10

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
87	3	0
	29	12
	87	12
88	8	4
	11	0
	88	4
89	89	12
90	2	0
	5	4
	9	4
	10	0
	18	0
	45	4
	90	8
91	7	0
	13	4
	91	8
92	4	2
	23	18
	92	6
93	3	4
	31	0
	93	4
94	2	0
	47	20
	94	8
95	5	0
	19	8
	95	16
96	3	0
	32	8
	96	8
97	97	4
98	2	0
	49	4
	98	8

N	m	$\nu(N,m)$
99	9	0
	11	8
	99	8
100	4	8
	25	0
	100	4
101	101	14
102	2	4
	3	0
	6	0
	17	8
	34	0
	51	12
	102	4
103	103	10
104	8	0
	13	0
	104	12
105	3	0
	5	8
	7	0
	15	0
	21	8
	35	16
	105	8
106	2	2
	53	6
	106	6
107	107	12
108	4	6
	27	6
	108	6
109	109	6

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
110	2	0
	5	0
	10	4
	11	12
	22	0
	55	16
	110	12
111	3	4
	37	0
	111	16
112	7	8
	16	0
	112	4
113	113	8
114	2	4
	3	4
	6	0
	19	0
	38	12
	57	4
	114	8
115	5	4
	23	0
	115	8
116	4	4
	29	0
	116	12
117	9	4
	13	0
	117	8
118	2	2
	59	18
	118	6
119	7	0
	17	8
	119	20

N	m	$\nu(N,m)$
120	3	0
	5	0
	8	0
	15	16
	24	8
	40	0
	120	8
121	121	6
122	2	2
	61	6
	122	10
123	3	0
	41	16
	123	8
124	4	2
	31	18
	124	6
125	125	10
126	2	0
	7	0
	9	0
	14	8
	18	0
	63	16
	126	8
127	127	10
128	128	8
129	3	4
	43	0
	129	12
130	2	4
	5	0
	10	4
	13	0
	26	12
	65	8
	130	4

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
131	131	20
132	3	0
	4	4
	11	12
	12	0
	33	0
	44	12
	132	8
133	7	0
	19	8
	133	4
134	2	2
	67	6
	134	14
135	5	4
	27	0
	135	12
136	8	4
	17	0
	136	8
137	137	8
138	2	0
	3	0
	6	0
	23	24
	46	0
	69	8
	138	8
139	139	12
140	4	4
	5	0
	7	0
	20	8
	28	0
	35	12
	140	12

N	m	$\nu(N,m)$
141	3	0
	47	20
	141	8
142	2	0
	71	28
	142	4
143	11	0
	13	4
	143	20
144	9	0
	16	0
	144	8
145	5	4
	29	12
	145	8
146	2	4
	73	4
	146	16
147	3	4
	49	0
	147	8
148	4	4
	37	0
	148	4
149	149	14
150	2	0
	3	0
	6	4
	25	0
	50	12
	75	12
	150	8
151	151	14
152	8	4
	19	0
	152	12

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
153	9	4
	17	8
	153	8
154	2	0
	7	8
	11	0
	14	0
	22	0
	77	8
	154	8
155	5	0
	31	12
	155	16
156	3	4
	4	4
	12	4
	13	0
	39	24
	52	0
	156	8
157	157	6
158	2	0
	79	20
	158	8
159	3	0
	53	12
	159	20
160	5	0
	32	0
	160	8
161	7	4
	23	0
	161	16
162	2	2
	81	6
	162	6
163	163	4
164	4	4
	41	0
	164	16
165	3	0
	5	0
	11	16
	15	0
	33	0
	55	0
	165	8
166	2	2
	83	18
	166	10
167	167	22
168	3	0
	7	0
	8	0
	21	0
	24	8
	56	16
	168	8
169	169	6
170	2	4
	5	0
	10	0
	17	0
	34	8
	85	4
	170	12
171	9	0
	19	0
	171	16
172	4	2
	43	6
	172	6
173	173	14

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
174	2	0
	3	0
	6	4
	29	12
	58	0
	87	24
	174	12
175	7	0
	25	0
	175	12
176	11	0
	16	0
	176	12
177	3	0
	59	24
	177	4
178	2	4
	89	12
	178	8
179	179	20
180	4	8
	5	0
	9	0
	20	8
	36	8
	45	0
	180	8
181	181	10
182	2	0
	7	0
	13	4
	14	8
	26	12
	91	12
	182	12
183	3	4
	61	0
	183	16
184	8	0
	23	24
	184	8
185	5	0
	37	0
	185	16
186	2	0
	3	4
	6	4
	31	0
	62	16
	93	4
	186	12
187	11	0
	17	8
	187	8
188	4	2
	47	30
	188	10
189	7	0
	27	8
	189	12
190	2	0
	5	0
	10	4
	19	12
	38	0
	95	32
	190	4
191	191	26
192	3	0
	64	0
	192	8
193	193	4

Taula 7 (cont.)

N	m	$\nu(N,m)$
194	2	4
	97	4
	194	20
195	3	0
	5	0
	13	0
	15	0
	39	16
	65	16
	195	16
196	4	8
	49	0
	196	8
197	197	10
198	2	4
	9	0
	11	12
	18	4
	22	0
	99	12
	198	8
199	199	18
200	8	0
	25	0
	200	12
201	3	4
	67	0
	201	12
202	2	2
	101	14
	202	6
203	7	4
	29	0
	203	16

N	m	$\nu(N,m)$
204	3	0
	4	4
	12	0
	17	0
	51	12
	68	16
	204	12
205	5	4
	41	16
	205	8
206	2	0
	103	20
	206	20
207	9	0
	23	12
	207	12
208	13	0
	16	4
	208	8
209	11	0
	19	8
	209	20
210	2	0
	3	0
	5	8
	6	8
	7	0
	10	0
	14	16
	15	0
	21	8
	30	0
	35	24
	42	0
	70	0
	105	8
	210	8

Taula 8

Constants modulars de $X_0(N)/\langle w_m\rangle$

Entrades:

Els enters N per a $2 \leq N \leq 210$.

Contingut:

$$\begin{aligned} m &:= \text{ enter } \geq 2 \text{ tal que } m|N \text{ i } (m, N/m) = 1, \\ \nu_k(N,m) &:= \text{ nombre de punts el·líptics d'ordre } k, \\ \nu_\infty(N,m) &:= \text{ nombre de punts parabòlics,} \\ g(N,m) &:= \text{ gènere.} \end{aligned}$$

Definicions:

$$\begin{aligned} W_{k,N} &:= k^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} ka & b \\ Nc & k \end{pmatrix} \text{ de determinant } 1,\ a,b,c \in \mathbb{Z}, \\ \{P\} &:= \text{ sistema de representants de les classes de } \Gamma_0(N)\backslash\Gamma_0(k), \\ \gamma &:= \text{ matrius de } \overline{\Gamma}_0(N) \text{ que són solució d'alguna de les equacions} \\ (W_{k,N}\ \gamma)^2 &= P^{-1} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -k & -(k-1) \end{pmatrix} P, \\ \nu_k^{\mathrm{ram}}(N,m) &:= 0, \qquad \text{si } m \neq k, \\ \nu_k^{\mathrm{ram}}(N,k) &:= \#\{z \in X_0(N) \colon W_{k,N}(\gamma(z)) = z\}, \text{ si } \ k = 2,3, \\ \nu_\infty^{\mathrm{ram}}(N,m) &:= \begin{cases} 0, & \text{si } m \neq 4, \\ \nu_\infty(N/4), & \text{si } m = 4. \end{cases} \end{aligned}$$

Fórmules:

$$\begin{aligned}
\nu_2(N,m) =& \nu(N,m) - (\nu_2^{\mathrm{ram}}(N,m) + \nu_3^{\mathrm{ram}}(N,m) + \nu_\infty^{\mathrm{ram}}(N,m)) + \\
&+ \frac{1}{2}(\nu_2(N) - \nu_2^{\mathrm{ram}}(N,m)), \\
\nu_3(N,m) =& \frac{1}{2}(\nu_3(N) - \nu_3^{\mathrm{ram}}(N,m)), \\
\nu_4(N,m) =& \nu_2^{\mathrm{ram}}(N,m), \\
\nu_6(N,m) =& \nu_3^{\mathrm{ram}}(N,m), \\
\nu_\infty(N,m) =& \frac{1}{2}(\nu_\infty(N) + \nu_\infty^{\mathrm{ram}}(N,m)), \\
g(N,m) =& \frac{1}{2}(1 + g(N)) - \frac{1}{4}\nu(N,m).
\end{aligned}$$

Referències: [**Kl 76**], [**Og 74**].

Taula 8

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
2	2	1	0	1	0	1	0
3	3	1	0	0	1	1	0
4	4	1	0	0	0	2	0
5	5	3	0	0	0	1	0
6	2	2	0	0	0	2	0
	3	2	0	0	0	2	0
	6	2	0	0	0	2	0
7	7	2	1	0	0	1	0
8	8	2	0	0	0	2	0
9	9	2	0	0	0	2	0
10	2	0	0	2	0	2	0
	5	3	0	0	0	2	0
	10	3	0	0	0	2	0
11	11	4	0	0	0	1	0
12	3	2	0	0	0	3	0
	4	0	0	0	0	4	0
	12	2	0	0	0	3	0
13	13	3	1	0	0	1	0
14	2	0	0	0	0	2	1
	7	4	0	0	0	2	0
	14	4	0	0	0	2	0
15	3	0	0	0	0	2	1
	5	4	0	0	0	2	0
	15	4	0	0	0	2	0
16	16	2	0	0	0	3	0
17	17	5	0	0	0	1	0
18	2	2	0	0	0	4	0
	9	2	0	0	0	4	0
	18	2	0	0	0	4	0
19	19	4	1	0	0	1	0
20	4	2	0	0	0	4	0
	5	0	0	0	0	3	1
	20	4	0	0	0	3	0
21	3	2	0	0	2	2	0
	7	0	1	0	0	2	1
	21	4	1	0	0	2	0

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
22	2	2	0	0	0	2	1
	11	6	0	0	0	2	0
	22	2	0	0	0	2	1
23	23	6	0	0	0	1	0
24	3	0	0	0	0	4	1
	8	4	0	0	0	4	0
	24	4	0	0	0	4	0
25	25	3	0	0	0	3	0
26	2	0	0	2	0	2	1
	13	3	0	0	0	2	1
	26	7	0	0	0	2	0
27	27	4	0	0	0	3	0
28	4	0	0	0	0	4	1
	7	6	0	0	0	3	0
	28	2	0	0	0	3	1
29	29	7	0	0	0	1	0
30	2	0	0	0	0	4	2
	3	0	0	0	0	4	2
	5	4	0	0	0	4	1
	6	4	0	0	0	4	1
	10	0	0	0	0	4	2
	15	8	0	0	0	4	0
	30	4	0	0	0	4	1
31	31	6	1	0	0	1	0
32	32	4	0	0	0	4	0
33	3	0	0	0	0	2	2
	11	8	0	0	0	2	0
	33	4	0	0	0	2	1
34	2	2	0	2	0	2	1
	17	5	0	0	0	2	1
	34	5	0	0	0	2	1
35	5	4	0	0	0	2	1
	7	0	0	0	0	2	2
	35	8	0	0	0	2	0
36	4	0	0	0	0	8	0
	9	0	0	0	0	6	1
	36	4	0	0	0	6	0

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
37	37	3	1	0	0	1	1
38	2	2	0	0	0	2	2
	19	6	0	0	0	2	1
	38	6	0	0	0	2	1
39	3	2	0	0	2	2	1
	13	0	1	0	0	2	2
	39	8	1	0	0	2	0
40	5	0	0	0	0	4	2
	8	0	0	0	0	4	2
	40	4	0	0	0	4	1
41	41	9	0	0	0	1	0
42	2	0	0	0	0	4	3
	3	4	0	0	0	4	2
	6	4	0	0	0	4	2
	7	0	0	0	0	4	3
	14	8	0	0	0	4	1
	21	4	0	0	0	4	2
	42	4	0	0	0	4	2
43	43	4	1	0	0	1	1
44	4	0	0	0	0	4	2
	11	6	0	0	0	3	1
	44	6	0	0	0	3	1
45	5	4	0	0	0	4	1
	9	4	0	0	0	4	1
	45	4	0	0	0	4	1
46	2	0	0	0	0	2	3
	23	12	0	0	0	2	0
	46	4	0	0	0	2	2
47	47	10	0	0	0	1	0
48	3	0	0	0	0	6	2
	16	0	0	0	0	6	2
	48	4	0	0	0	6	1
49	49	4	1	0	0	4	0
50	2	0	0	2	0	6	1
	25	3	0	0	0	6	1
	50	7	0	0	0	6	0

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
51	3	0	0	0	0	2	3
	17	8	0	0	0	2	1
	51	8	0	0	0	2	1
52	4	2	0	0	0	4	2
	13	0	0	0	0	3	3
	52	4	0	0	0	3	2
53	53	7	0	0	0	1	1
54	2	2	0	0	0	6	2
	27	6	0	0	0	6	1
	54	6	0	0	0	6	1
55	5	0	0	0	0	2	3
	11	8	0	0	0	2	1
	55	8	0	0	0	2	1
56	7	8	0	0	0	4	1
	8	0	0	0	0	4	3
	56	8	0	0	0	4	1
57	3	2	0	0	2	2	2
	19	0	1	0	0	2	3
	57	4	1	0	0	2	2
58	2	0	0	2	0	2	3
	29	7	0	0	0	2	2
	58	3	0	0	0	2	3
59	59	12	0	0	0	1	0
60	3	0	0	0	0	6	4
	4	0	0	0	0	8	3
	5	0	0	0	0	6	4
	12	0	0	0	0	6	4
	15	12	0	0	0	6	1
	20	8	0	0	0	6	2
	60	4	0	0	0	6	3
61	61	7	1	0	0	1	1
62	2	0	0	0	0	2	4
	31	12	0	0	0	2	1
	62	8	0	0	0	2	2
63	7	0	0	0	0	4	3
	9	0	0	0	0	4	3
	63	8	0	0	0	4	1

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
64	64	4	0	0	0	6	1
65	5	2	0	0	0	2	3
	13	2	0	0	0	2	3
	65	10	0	0	0	2	1
66	2	4	0	0	0	4	4
	3	0	0	0	0	4	5
	6	4	0	0	0	4	4
	11	12	0	0	0	4	2
	22	0	0	0	0	4	5
	33	4	0	0	0	4	4
	66	8	0	0	0	4	3
67	67	4	1	0	0	1	2
68	4	2	0	0	0	4	3
	17	0	0	0	0	3	4
	68	8	0	0	0	3	2
69	3	0	0	0	0	2	4
	23	12	0	0	0	2	1
	69	8	0	0	0	2	2
70	2	0	0	0	0	4	5
	5	4	0	0	0	4	4
	7	0	0	0	0	4	5
	10	4	0	0	0	4	4
	14	8	0	0	0	4	3
	35	12	0	0	0	4	2
	70	4	0	0	0	4	4
71	71	14	0	0	0	1	0
72	8	4	0	0	0	8	2
	9	0	0	0	0	8	3
	72	4	0	0	0	8	2
73	73	5	1	0	0	1	2
74	2	0	0	2	0	2	4
	37	3	0	0	0	2	4
	74	11	0	0	0	2	2
75	3	0	0	0	0	6	3
	25	0	0	0	0	6	3
	75	8	0	0	0	6	1

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
76	4	0	0	0	0	4	4
	19	6	0	0	0	3	3
	76	6	0	0	0	3	3
77	7	4	0	0	0	2	3
	11	0	0	0	0	2	4
	77	8	0	0	0	2	2
78	2	0	0	0	0	4	6
	3	4	0	0	0	4	5
	6	0	0	0	0	4	6
	13	0	0	0	0	4	6
	26	12	0	0	0	4	3
	39	16	0	0	0	4	2
	78	4	0	0	0	4	5
79	79	10	1	0	0	1	1
80	5	0	0	0	0	6	4
	16	4	0	0	0	6	3
	80	8	0	0	0	6	2
81	81	6	0	0	0	6	1
82	2	2	0	2	0	2	4
	41	9	0	0	0	2	3
	82	5	0	0	0	2	4
83	83	12	0	0	0	1	1
84	3	4	0	0	0	6	5
	4	0	0	0	0	8	5
	7	0	0	0	0	6	6
	12	4	0	0	0	6	5
	21	0	0	0	0	6	6
	28	0	0	0	0	6	6
	84	8	0	0	0	6	4
85	5	2	0	0	0	2	4
	17	2	0	0	0	2	4
	85	6	0	0	0	2	3
86	2	2	0	0	0	2	5
	43	6	0	0	0	2	4
	86	10	0	0	0	2	3

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
87	3	0	0	0	0	2	5
	29	12	0	0	0	2	2
	87	12	0	0	0	2	2
88	8	4	0	0	0	4	4
	11	0	0	0	0	4	5
	88	4	0	0	0	4	4
89	89	13	0	0	0	1	1
90	2	0	0	0	0	8	6
	5	4	0	0	0	8	5
	9	4	0	0	0	8	5
	10	0	0	0	0	8	6
	18	0	0	0	0	8	6
	45	4	0	0	0	8	5
	90	8	0	0	0	8	4
91	7	0	2	0	0	2	4
	13	4	2	0	0	2	3
	91	8	2	0	0	2	2
92	4	0	0	0	0	4	5
	23	18	0	0	0	3	1
	92	6	0	0	0	3	4
93	3	2	0	0	2	2	4
	31	0	1	0	0	2	5
	93	4	1	0	0	2	4
94	2	0	0	0	0	2	6
	47	20	0	0	0	2	1
	94	8	0	0	0	2	4
95	5	0	0	0	0	2	5
	19	8	0	0	0	2	3
	95	16	0	0	0	2	1
96	3	0	0	0	0	8	5
	32	8	0	0	0	8	3
	96	8	0	0	0	8	3
97	97	5	1	0	0	1	3
98	2	0	0	0	0	8	4
	49	4	0	0	0	8	3
	98	8	0	0	0	8	2

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
99	9	0	0	0	0	4	5
	11	8	0	0	0	4	3
	99	8	0	0	0	4	3
100	4	2	0	0	0	12	2
	25	0	0	0	0	9	4
	100	4	0	0	0	9	3
101	101	15	0	0	0	1	1
102	2	4	0	0	0	4	7
	3	0	0	0	0	4	8
	6	0	0	0	0	4	8
	17	8	0	0	0	4	6
	34	0	0	0	0	4	8
	51	12	0	0	0	4	5
	102	4	0	0	0	4	7
103	103	10	1	0	0	1	2
104	8	0	0	0	0	4	6
	13	0	0	0	0	4	6
	104	12	0	0	0	4	3
105	3	0	0	0	0	4	7
	5	8	0	0	0	4	5
	7	0	0	0	0	4	7
	15	0	0	0	0	4	7
	21	8	0	0	0	4	5
	35	16	0	0	0	4	3
	105	8	0	0	0	4	5
106	2	0	0	2	0	2	6
	53	7	0	0	0	2	5
	106	7	0	0	0	2	5
107	107	12	0	0	0	1	2
108	4	0	0	0	0	12	4
	27	6	0	0	0	9	4
	108	6	0	0	0	9	4
109	109	7	1	0	0	1	3

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
110	2	0	0	0	0	4	8
	5	0	0	0	0	4	8
	10	4	0	0	0	4	7
	11	12	0	0	0	4	5
	22	0	0	0	0	4	8
	55	16	0	0	0	4	4
	110	12	0	0	0	4	5
111	3	2	0	0	2	2	5
	37	0	1	0	0	2	6
	111	16	1	0	0	2	2
112	7	8	0	0	0	6	4
	16	0	0	0	0	6	6
	112	4	0	0	0	6	5
113	113	9	0	0	0	1	3
114	2	4	0	0	0	4	8
	3	4	0	0	0	4	8
	6	0	0	0	0	4	9
	19	0	0	0	0	4	9
	38	12	0	0	0	4	6
	57	4	0	0	0	4	8
	114	8	0	0	0	4	7
115	5	4	0	0	0	2	5
	23	0	0	0	0	2	6
	115	8	0	0	0	2	4
116	4	2	0	0	0	4	6
	29	0	0	0	0	3	7
	116	12	0	0	0	3	4
117	9	4	0	0	0	4	5
	13	0	0	0	0	4	6
	117	8	0	0	0	4	4
118	2	2	0	0	0	2	7
	59	18	0	0	0	2	3
	118	6	0	0	0	2	6
119	7	0	0	0	0	2	6
	17	8	0	0	0	2	4
	119	20	0	0	0	2	1

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
120	3	0	0	0	0	8	9
	5	0	0	0	0	8	9
	8	0	0	0	0	8	9
	15	16	0	0	0	8	5
	24	8	0	0	0	8	7
	40	0	0	0	0	8	9
	120	8	0	0	0	8	7
121	121	6	0	0	0	6	2
122	2	0	0	2	0	2	7
	61	7	0	0	0	2	6
	122	11	0	0	0	2	5
123	3	0	0	0	0	2	7
	41	16	0	0	0	2	3
	123	8	0	0	0	2	5
124	4	0	0	0	0	4	7
	31	18	0	0	0	3	3
	124	6	0	0	0	3	6
125	125	11	0	0	0	5	2
126	2	0	0	0	0	8	9
	7	0	0	0	0	8	9
	9	0	0	0	0	8	9
	14	8	0	0	0	8	7
	18	0	0	0	0	8	9
	63	16	0	0	0	8	5
	126	8	0	0	0	8	7
127	127	10	1	0	0	1	3
128	128	8	0	0	0	8	3
129	3	2	0	0	2	2	6
	43	0	1	0	0	2	7
	129	12	1	0	0	2	4
130	2	0	0	4	0	4	8
	5	2	0	0	0	4	9
	10	6	0	0	0	4	8
	13	2	0	0	0	4	9
	26	14	0	0	0	4	6
	65	10	0	0	0	4	7
	130	6	0	0	0	4	8

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
131	131	20	0	0	0	1	1
132	3	0	0	0	0	6	10
	4	0	0	0	0	8	9
	11	12	0	0	0	6	7
	12	0	0	0	0	6	10
	33	0	0	0	0	6	10
	44	12	0	0	0	6	7
	132	8	0	0	0	6	8
133	7	0	2	0	0	2	6
	19	8	2	0	0	2	4
	133	4	2	0	0	2	5
134	2	2	0	0	0	2	8
	67	6	0	0	0	2	7
	134	14	0	0	0	2	5
135	5	4	0	0	0	6	6
	27	0	0	0	0	6	7
	135	12	0	0	0	6	4
136	8	4	0	0	0	4	7
	17	0	0	0	0	4	8
	136	8	0	0	0	4	6
137	137	9	0	0	0	1	4
138	2	0	0	0	0	4	11
	3	0	0	0	0	4	11
	6	0	0	0	0	4	11
	23	24	0	0	0	4	5
	46	0	0	0	0	4	11
	69	8	0	0	0	4	9
	138	8	0	0	0	4	9
139	139	12	1	0	0	1	3
140	4	0	0	0	0	8	9
	5	0	0	0	0	6	10
	7	0	0	0	0	6	10
	20	8	0	0	0	6	8
	28	0	0	0	0	6	10
	35	12	0	0	0	6	7
	140	12	0	0	0	6	7

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
141	3	0	0	0	0	2	8
	47	20	0	0	0	2	3
	141	8	0	0	0	2	6
142	2	0	0	0	0	2	9
	71	28	0	0	0	2	2
	142	4	0	0	0	2	8
143	11	0	0	0	0	2	7
	13	4	0	0	0	2	6
	143	20	0	0	0	2	2
144	9	0	0	0	0	12	7
	16	0	0	0	0	12	7
	144	8	0	0	0	12	5
145	5	6	0	0	0	2	6
	29	14	0	0	0	2	4
	145	10	0	0	0	2	5
146	2	2	0	2	0	2	8
	73	5	0	0	0	2	8
	146	17	0	0	0	2	5
147	3	2	0	0	2	8	5
	49	0	1	0	0	8	6
	147	8	1	0	0	8	4
148	4	2	0	0	0	4	8
	37	0	0	0	0	3	9
	148	4	0	0	0	3	8
149	149	15	0	0	0	1	3
150	2	0	0	0	0	12	10
	3	0	0	0	0	12	10
	6	4	0	0	0	12	9
	25	0	0	0	0	12	10
	50	12	0	0	0	12	7
	75	12	0	0	0	12	7
	150	8	0	0	0	12	8
151	151	14	1	0	0	1	3
152	8	4	0	0	0	4	8
	19	0	0	0	0	4	9
	152	12	0	0	0	4	6

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
153	9	4	0	0	0	4	7
	17	8	0	0	0	4	6
	153	8	0	0	0	4	6
154	2	0	0	0	0	4	11
	7	8	0	0	0	4	9
	11	0	0	0	0	4	11
	14	0	0	0	0	4	11
	22	0	0	0	0	4	11
	77	8	0	0	0	4	9
	154	8	0	0	0	4	9
155	5	0	0	0	0	2	8
	31	12	0	0	0	2	5
	155	16	0	0	0	2	4
156	3	4	0	0	0	6	11
	4	0	0	0	0	8	11
	12	4	0	0	0	6	11
	13	0	0	0	0	6	12
	39	24	0	0	0	6	6
	52	0	0	0	0	6	12
	156	8	0	0	0	6	10
157	157	7	1	0	0	1	5
158	2	0	0	0	0	2	10
	79	20	0	0	0	2	5
	158	8	0	0	0	2	8
159	3	0	0	0	0	2	9
	53	12	0	0	0	2	6
	159	20	0	0	0	2	4
160	5	0	0	0	0	8	9
	32	0	0	0	0	8	9
	160	8	0	0	0	8	7
161	7	4	0	0	0	2	7
	23	0	0	0	0	2	8
	161	16	0	0	0	2	4
162	2	2	0	0	0	12	8
	81	6	0	0	0	12	7
	162	6	0	0	0	12	7
163	163	4	1	0	0	1	6

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
164	4	2	0	0	0	4	9
	41	0	0	0	0	3	10
	164	16	0	0	0	3	6
165	3	0	0	0	0	4	11
	5	0	0	0	0	4	11
	11	16	0	0	0	4	7
	15	0	0	0	0	4	11
	33	0	0	0	0	4	11
	55	0	0	0	0	4	11
	165	8	0	0	0	4	9
166	2	2	0	0	0	2	10
	83	18	0	0	0	2	6
	166	10	0	0	0	2	8
167	167	22	0	0	0	1	2
168	3	0	0	0	0	8	13
	7	0	0	0	0	8	13
	8	0	0	0	0	8	13
	21	0	0	0	0	8	13
	24	8	0	0	0	8	11
	56	16	0	0	0	8	9
	168	8	0	0	0	8	11
169	169	7	1	0	0	7	3
170	2	0	0	4	0	4	11
	5	2	0	0	0	4	12
	10	2	0	0	0	4	12
	17	2	0	0	0	4	12
	34	10	0	0	0	4	10
	85	6	0	0	0	4	11
	170	14	0	0	0	4	9
171	9	0	0	0	0	4	9
	19	0	0	0	0	4	9
	171	16	0	0	0	4	5
172	4	0	0	0	0	4	10
	43	6	0	0	0	3	9
	172	6	0	0	0	3	9
173	173	15	0	0	0	1	4

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
174	2	0	0	0	0	4	14
	3	0	0	0	0	4	14
	6	4	0	0	0	4	13
	29	12	0	0	0	4	11
	58	0	0	0	0	4	14
	87	24	0	0	0	4	8
	174	12	0	0	0	4	11
175	7	0	0	0	0	6	8
	25	0	0	0	0	6	8
	175	12	0	0	0	6	5
176	11	0	0	0	0	6	10
	16	0	0	0	0	6	10
	176	12	0	0	0	6	7
177	3	0	0	0	0	2	10
	59	24	0	0	0	2	4
	177	4	0	0	0	2	9
178	2	2	0	2	0	2	10
	89	13	0	0	0	2	8
	178	9	0	0	0	2	9
179	179	20	0	0	0	1	3
180	4	0	0	0	0	16	11
	5	0	0	0	0	12	13
	9	0	0	0	0	12	13
	20	8	0	0	0	12	11
	36	8	0	0	0	12	11
	45	0	0	0	0	12	13
	180	8	0	0	0	12	11
181	181	11	1	0	0	1	5
182	2	0	0	0	0	4	13
	7	0	0	0	0	4	13
	13	4	0	0	0	4	12
	14	8	0	0	0	4	11
	26	12	0	0	0	4	10
	91	12	0	0	0	4	10
	182	12	0	0	0	4	10

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
183	3	2	0	0	2	2	9
	61	0	1	0	0	2	10
	183	16	1	0	0	2	6
184	8	0	0	0	0	4	11
	23	24	0	0	0	4	5
	184	8	0	0	0	4	9
185	5	2	0	0	0	2	9
	37	2	0	0	0	2	9
	185	18	0	0	0	2	5
186	2	0	0	0	0	4	15
	3	4	0	0	0	4	14
	6	4	0	0	0	4	14
	31	0	0	0	0	4	15
	62	16	0	0	0	4	11
	93	4	0	0	0	4	14
	186	12	0	0	0	4	12
187	11	0	0	0	0	2	9
	17	8	0	0	0	2	7
	187	8	0	0	0	2	7
188	4	0	0	0	0	4	11
	47	30	0	0	0	3	4
	188	10	0	0	0	3	9
189	7	0	0	0	0	6	10
	27	8	0	0	0	6	8
	189	12	0	0	0	6	7
190	2	0	0	0	0	4	14
	5	0	0	0	0	4	14
	10	4	0	0	0	4	13
	19	12	0	0	0	4	11
	38	0	0	0	0	4	14
	95	32	0	0	0	4	6
	190	4	0	0	0	4	13
191	191	26	0	0	0	1	2
192	3	0	0	0	0	12	11
	64	0	0	0	0	12	11
	192	8	0	0	0	12	9
193	193	5	1	0	0	1	7

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
194	2	2	0	2	0	2	11
	97	5	0	0	0	2	11
	194	21	0	0	0	2	7
195	3	0	0	0	0	4	13
	5	0	0	0	0	4	13
	13	0	0	0	0	4	13
	15	0	0	0	0	4	13
	39	16	0	0	0	4	9
	65	16	0	0	0	4	9
	195	16	0	0	0	4	9
196	4	0	0	0	0	16	7
	49	0	0	0	0	12	9
	196	8	0	0	0	12	7
197	197	11	0	0	0	1	6
198	2	4	0	0	0	8	14
	9	0	0	0	0	8	15
	11	12	0	0	0	8	12
	18	4	0	0	0	8	14
	22	0	0	0	0	8	15
	99	12	0	0	0	8	12
	198	8	0	0	0	8	13
199	199	18	1	0	0	1	4
200	8	0	0	0	0	12	10
	25	0	0	0	0	12	10
	200	12	0	0	0	12	7
201	3	2	0	0	2	2	10
	67	0	1	0	0	2	11
	201	12	1	0	0	2	8
202	2	0	0	2	0	2	12
	101	15	0	0	0	2	9
	202	7	0	0	0	2	11
203	7	4	0	0	0	2	9
	29	0	0	0	0	2	10
	203	16	0	0	0	2	6

Taula 8 (cont.)

N	m	$\nu_2(N,m)$	$\nu_3(N,m)$	$\nu_4(N,m)$	$\nu_6(N,m)$	$\nu_\infty(N,m)$	$g(N,m)$
204	3	0	0	0	0	6	16
	4	0	0	0	0	8	15
	12	0	0	0	0	6	16
	17	0	0	0	0	6	16
	51	12	0	0	0	6	13
	68	16	0	0	0	6	12
	204	12	0	0	0	6	13
205	5	6	0	0	0	2	9
	41	18	0	0	0	2	6
	205	10	0	0	0	2	8
206	2	0	0	0	0	2	13
	103	20	0	0	0	2	8
	206	20	0	0	0	2	8
207	9	0	0	0	0	4	11
	23	12	0	0	0	4	8
	207	12	0	0	0	4	8
208	13	0	0	0	0	6	12
	16	4	0	0	0	6	11
	208	8	0	0	0	6	10
209	11	0	0	0	0	2	10
	19	8	0	0	0	2	8
	209	20	0	0	0	2	5
210	2	0	0	0	0	8	21
	3	0	0	0	0	8	21
	5	8	0	0	0	8	19
	6	8	0	0	0	8	19
	7	0	0	0	0	8	21
	10	0	0	0	0	8	21
	14	16	0	0	0	8	17
	15	0	0	0	0	8	21
	21	8	0	0	0	8	19
	30	0	0	0	0	8	21
	35	24	0	0	0	8	15
	42	0	0	0	0	8	21
	70	0	0	0	0	8	21
	105	8	0	0	0	8	19
	210	8	0	0	0	8	19

Taula 9

Constants modulars de $X_H(p)$

Entrades:

Els primers p per a $5 \leq p \leq 349$.

Taula 9a: $H =$ Subgrup de Cartan reduït,

Taula 9b: $H =$ Normalitzador d'un Cartan reduït,

Taula 9c: $H =$ Subgrup de Cartan no reduït,

Taula 9d: $H =$ Normalitzador d'un Cartan no reduït.

Contingut:

$$\begin{aligned} \mu :=& \ \left[\overline{\Gamma}(1) : \overline{H}\right], \\ \nu_2 :=& \ \text{nombre de punts el·líptics de } \widetilde{H} \text{ d'ordre 2 o 4}, \\ \nu_3 :=& \ \text{nombre de punts el·líptics de } \widetilde{H} \text{ d'ordre 3 o 6}, \\ \nu_\infty :=& \ \text{nombre de punts parabòlics de } \widetilde{H}, \\ g :=& \ \text{gènere}. \end{aligned}$$

Definicions:

$$\begin{aligned} H :=& \ \text{subgrup de } \mathbf{SL}_2(\mathbb{F}_p) \text{ que conté la matriu } -1, \\ \widetilde{H} :=& \ \text{imatge inversa de } H \text{ en } \mathbf{SL}_2(\mathbb{Z}), \\ \overline{H} :=& \widetilde{H}/\{\pm 1\}. \end{aligned}$$

Fórmules:

$$\begin{aligned}
\mu &= \frac{p\varphi(p)\psi(p)}{\#H}, \\
\nu_2 &= \frac{p - \left(\frac{-1}{p}\right)}{\#H} \#\left\{h \in H : tr(h) = 0\right\}, \\
\nu_3 &= \frac{p - \left(\frac{-3}{p}\right)}{\#H} \#\left\{h \in H : tr(h) = -1\right\}, \\
\nu_\infty &= \frac{\mu}{p}, \\
g &= 1 + \frac{\mu}{12} - \frac{\nu_2}{4} - \frac{\nu_3}{3} - \frac{\nu_\infty}{2}.
\end{aligned}$$

Observacions:

H	ν_2	ν_3
Cartan	0 si $p \equiv 3 \mod 4$	0 si $p \equiv 2 \mod 3$
reduït	2 si $p \equiv 1 \mod 4$	2 si $p \equiv 1 \mod 3$
Normalitzador d'un	$\underline{p+1}$	0 si $p \equiv 2 \mod 3$
Cartan reduït	2	1 si $p \equiv 1 \mod 3$
Cartan	2 si $p \equiv 3 \mod 4$	0 si $p \equiv 1 \mod 3$
no reduït	0 si $p \equiv 1 \mod 4$	2 si $p \equiv 2 \mod 3$
Normalitzador d'un	$\frac{p+3}{2}$ si $p \equiv 3 \mod 4$	0 si $p \equiv 1 \mod 3$
Cartan no reduït	$\frac{p-1}{2}$ si $p \equiv 1 \mod 4$	1 si $p \equiv 2 \mod 3$

Referències: **[Li 76]**.

Taula 9a

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
5	30	2	0	6	0
7	56	0	2	8	1
11	132	0	0	12	6
13	182	2	2	14	8
17	306	2	0	18	17
19	380	0	2	20	22
23	552	0	0	24	35
29	870	2	0	30	58
31	992	0	2	32	67
37	1406	2	2	38	98
41	1722	2	0	42	123
43	1892	0	2	44	136
47	2256	0	0	48	165
53	2862	2	0	54	212
59	3540	0	0	60	266
61	3782	2	2	62	284
67	4556	0	2	68	346
71	5112	0	0	72	391
73	5402	2	2	74	413
79	6320	0	2	80	487
83	6972	0	0	84	540
89	8010	2	0	90	623
97	9506	2	2	98	743
101	10302	2	0	102	808
103	10712	0	2	104	841
107	11556	0	0	108	910
109	11990	2	2	110	944
113	12882	2	0	114	1017
127	16256	0	2	128	1291
131	17292	0	0	132	1376
137	18906	2	0	138	1507
139	19460	0	2	140	1552
149	22350	2	0	150	1788
151	22952	0	2	152	1837

Taula 9a (cont.)

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
157	24806	2	2	158	1988
163	26732	0	2	164	2146
167	28056	0	0	168	2255
173	30102	2	0	174	2422
179	32220	0	0	180	2596
181	32942	2	2	182	2654
191	36672	0	0	192	2961
193	37442	2	2	194	3023
197	39006	2	0	198	3152
199	39800	0	2	200	3217
211	44732	0	2	212	3622
223	49952	0	2	224	4051
227	51756	0	0	228	4200
229	52670	2	2	230	4274
233	54522	2	0	234	4427
239	57360	0	0	240	4661
241	58322	2	2	242	4739
251	63252	0	0	252	5146
257	66306	2	0	258	5397
263	69432	0	0	264	5655
269	72630	2	0	270	5918
271	73712	0	2	272	6007
277	77006	2	2	278	6278
281	79242	2	0	282	6463
283	80372	0	2	284	6556
293	86142	2	0	294	7032
307	94556	0	2	308	7726
311	97032	0	0	312	7931
313	98282	2	2	314	8033
317	100806	2	0	318	8242
331	109892	0	2	332	8992
337	113906	2	2	338	9323
347	120756	0	0	348	9890
349	122150	2	2	350	10004

Taula 9b

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
5	15	3	0	3	0
7	28	4	1	4	0
11	66	6	0	6	2
13	91	7	1	7	3
17	153	9	0	9	7
19	190	10	1	10	9
23	276	12	0	12	15
29	435	15	0	15	26
31	496	16	1	16	30
37	703	19	1	19	45
41	861	21	0	21	57
43	946	22	1	22	63
47	1128	24	0	24	77
53	1431	27	0	27	100
59	1770	30	0	30	126
61	1891	31	1	31	135
67	2278	34	1	34	165
71	2556	36	0	36	187
73	2701	37	1	37	198
79	3160	40	1	40	234
83	3486	42	0	42	260
89	4005	45	0	45	301
97	4753	49	1	49	360
101	5151	51	0	51	392
103	5356	52	1	52	408
107	5778	54	0	54	442
109	5995	55	1	55	459
113	6441	57	0	57	495
127	8128	64	1	64	630
131	8646	66	0	66	672
137	9453	69	0	69	737
139	9730	70	1	70	759
149	11175	75	0	75	876
151	11476	76	1	76	900

Taula 9b (cont.)

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
157	12403	79	1	79	975
163	13366	82	1	82	1053
167	14028	84	0	84	1107
173	15051	87	0	87	1190
179	16110	90	0	90	1276
181	16471	91	1	91	1305
191	18336	96	0	96	1457
193	18721	97	1	97	1488
197	19503	99	0	99	1552
199	19900	100	1	100	1584
211	22366	106	1	106	1785
223	24976	112	1	112	1998
227	25878	114	0	114	2072
229	26335	115	1	115	2109
233	27261	117	0	117	2185
239	28680	120	0	120	2301
241	29161	121	1	121	2340
251	31626	126	0	126	2542
257	33153	129	0	129	2667
263	34716	132	0	132	2795
269	36315	135	0	135	2926
271	36856	136	1	136	2970
277	38503	139	1	139	3105
281	39621	141	0	141	3197
283	40186	142	1	142	3243
293	43071	147	0	147	3480
307	47278	154	1	154	3825
311	48516	156	0	156	3927
313	49141	157	1	157	3978
317	50403	159	0	159	4082
331	54946	166	1	166	4455
337	56953	169	1	169	4620
347	60378	174	0	174	4902
349	61075	175	1	175	4959

Taula 9c

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
5	20	0	2	4	0
7	42	2	0	6	1
11	110	2	2	10	4
13	156	0	0	12	8
17	272	0	2	16	15
19	342	2	0	18	20
23	506	2	2	22	31
29	812	0	2	28	54
31	930	2	0	30	63
37	1332	0	0	36	94
41	1640	0	2	40	117
43	1806	2	0	42	130
47	2162	2	2	46	157
53	2756	0	2	52	204
59	3422	2	2	58	256
61	3660	0	0	60	276
67	4422	2	0	66	336
71	4970	2	2	70	379
73	5256	0	0	72	403
79	6162	2	0	78	475
83	6806	2	2	82	526
89	7832	0	2	88	609
97	9312	0	0	96	729
101	10100	0	2	100	792
103	10506	2	0	102	825
107	11342	2	2	106	892
109	11772	0	0	108	928
113	12656	0	2	112	999
127	16002	2	0	126	1271
131	17030	2	2	130	1354
137	18632	0	2	136	1485
139	19182	2	0	138	1530
149	22052	0	2	148	1764
151	22650	2	0	150	1813

Taula 9c (cont.)

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
157	24492	0	0	156	1964
163	26406	2	0	162	2120
167	27722	2	2	166	2227
173	29756	0	2	172	2394
179	31862	2	2	178	2566
181	32580	0	0	180	2626
191	36290	2	2	190	2929
193	37056	0	0	192	2993
197	38612	0	2	196	3120
199	39402	2	0	198	3185
211	44310	2	0	210	3588
223	49506	2	0	222	4015
227	51302	2	2	226	4162
229	52212	0	0	228	4238
233	54056	0	2	232	4389
239	56882	2	2	238	4621
241	57840	0	0	240	4701
251	62750	2	2	250	5104
257	65792	0	2	256	5355
263	68906	2	2	262	5611
269	72092	0	2	268	5874
271	73170	2	0	270	5963
277	76452	0	0	276	6234
281	78680	0	2	280	6417
283	79806	2	0	282	6510
293	85556	0	2	292	6984
307	93942	2	0	306	7676
311	96410	2	2	310	7879
313	97656	0	0	312	7983
317	100172	0	2	316	8190
331	109230	2	0	330	8938
337	113232	0	0	336	9269
347	120062	2	2	346	9832
349	121452	0	0	348	9948

Taula 9d

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
5	10	2	1	2	0
7	21	5	0	3	0
11	55	7	1	5	1
13	78	6	0	6	3
17	136	8	1	8	6
19	171	11	0	9	8
23	253	13	1	11	13
29	406	14	1	14	24
31	465	17	0	15	28
37	666	18	0	18	43
41	820	20	1	20	54
43	903	23	0	21	60
47	1081	25	1	23	73
53	1378	26	1	26	96
59	1711	31	1	29	121
61	1830	30	0	30	131
67	2211	35	0	33	160
71	2485	37	1	35	181
73	2628	36	0	36	193
79	3081	41	0	39	228
83	3403	43	1	41	253
89	3916	44	1	44	294
97	4656	48	0	48	353
101	5050	50	1	50	384
103	5253	53	0	51	400
107	5671	55	1	53	433
109	5886	54	0	54	451
113	6328	56	1	56	486
127	8001	65	0	63	620
131	8515	67	1	65	661
137	9316	68	1	68	726
139	9591	71	0	69	748
149	11026	74	1	74	864
151	11325	77	0	75	888

Taula 9d (cont.)

p	μ	ν_2	ν_3	ν_∞	g
157	12246	78	0	78	963
163	13203	83	0	81	1040
167	13861	85	1	83	1093
173	14878	86	1	86	1176
179	15931	91	1	89	1261
181	16290	90	0	90	1291
191	18145	97	1	95	1441
193	18528	96	0	96	1473
197	19306	98	1	98	1536
199	19701	101	0	99	1568
211	22155	107	0	105	1768
223	24753	113	0	111	1980
227	25651	115	1	113	2053
229	26106	114	0	114	2091
233	27028	116	1	116	2166
239	28441	121	1	119	2281
241	28920	120	0	120	2321
251	31375	127	1	125	2521
257	32896	128	1	128	2646
263	34453	133	1	131	2773
269	36046	134	1	134	2904
271	36585	137	0	135	2948
277	38226	138	0	138	3083
281	39340	140	1	140	3174
283	39903	143	0	141	3220
293	42778	146	1	146	3456
307	46971	155	0	153	3800
311	48205	157	1	155	3901
313	48828	156	0	156	3953
317	50086	158	1	158	4056
331	54615	167	0	165	4428
337	56616	168	0	168	4593
347	60031	175	1	173	4873
349	60726	174	0	174	4931

Taula 10

Funció τ de Ramanujan

Entrades:

Els enters n per a $1 \leq n \leq 210$.

Contingut:

$\tau(n)$.

Definicions:

$$g_2(q) := \frac{(2\pi)^4}{2^2 3}\left(1 + 240\sum_{n\geq 1}\sigma_3(n)q^n\right),$$
$$g_3(q) := \frac{(2\pi)^6}{2^3 3^3}\left(1 - 504\sum_{n\geq 1}\sigma_5(n)q^n\right),$$
$$\Delta(q) := g_2(q)^3 - 27g_3(q)^2 =: (2\pi)^{12}\sum_{n\geq 1}\tau(n)q^n.$$

Fórmules:

$$\tau(n) = \frac{65}{756}\sigma_{11}(n) + \frac{691}{756}\sigma_5(n) - \frac{691}{3}\sum_{m=1}^{n-1}\sigma_5(m)\sigma_5(n-m).$$

Referències: [**Ap 76**].

Taula 10

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
1	1	36	167282496
2	-24	37	-182213314
3	252	38	-255874080
4	-1472	39	-145589976
5	4830	40	408038400
6	-6048	41	308120442
7	-16744	42	101267712
8	84480	43	-17125708
9	-113643	44	-786948864
10	-115920	45	-548895690
11	534612	46	-447438528
12	-370944	47	2687348496
13	-577738	48	248758272
14	401856	49	-1696965207
15	1217160	50	611981400
16	987136	51	-1740295368
17	-6905934	52	850430336
18	2727432	53	-1596055698
19	10661420	54	1758697920
20	-7109760	55	2582175960
21	-4219488	56	-1414533120
22	-12830688	57	2686677840
23	18643272	58	-3081759120
24	21288960	59	-5189203740
25	-25499225	60	-1791659520
26	13865712	61	6956478662
27	-73279080	62	1268236032
28	24647168	63	1902838392
29	128406630	64	2699296768
30	-29211840	65	-2790474540
31	-52843168	66	-3233333376
32	-196706304	67	-15481826884
33	134722224	68	10165534848
34	165742416	69	4698104544
35	-80873520	70	1940964480

Taula 10 (cont.)

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
71	9791485272	106	38305336752
72	-9600560640	107	90241258356
73	1463791322	108	107866805760
74	4373119536	109	73482676310
75	-6425804700	110	-61972223040
76	-15693610240	111	-45917755128
77	-8951543328	112	-16528605184
78	3494159424	113	-85146862638
79	38116845680	114	-64480268160
80	4767866880	115	90047003760
81	1665188361	116	-189014559360
82	-7394890608	117	65655879534
83	-29335099668	118	124540889760
84	6211086336	119	115632958896
85	-33355661220	120	102825676800
86	411016992	121	498319933
87	32358470760	122	-166955487888
88	45164021760	123	77646351384
89	-24992917110	124	77785143296
90	13173496560	125	-359001100500
91	9673645072	126	-45668121408
92	-27442896384	127	-262717201024
93	-13316478336	128	338071388160
94	-64496363904	129	-4315678416
95	51494658600	130	66971388960
96	-49569988608	131	631528759932
97	75013568546	132	-198311113728
98	40727164968	133	-178514816480
99	-60754911516	134	371563845216
100	37534859200	135	-353937956400
101	81742959102	136	-583413304320
102	41767088832	137	-297198746214
103	-225755128648	138	-112754509056
104	-48807306240	139	596793577940
105	-20380127040	140	119045821440

Taula 10 (cont.)

n	$\tau(n)$	n	$\tau(n)$
141	677211820992	176	527734751232
142	-234995646528	177	-1307679342480
143	-308865667656	178	599830010640
144	-112181096448	179	1681384224780
145	620204022900	180	807974455680
146	-35130991728	181	-996774496018
147	-427635232164	182	-232167481728
148	268217998208	183	1753032622824
149	-1115433620850	184	1574983618560
150	154219312800	185	-880090306620
151	-824447297848	186	319595480064
152	900676761600	187	-3691995187608
153	784811057562	188	-3955776986112
154	214837039872	189	1226984915520
155	-255232501440	190	-1235871806400
156	214308444672	191	2762403350592
157	1315116754406	192	680222785536
158	-914804296320	193	5442387685442
159	-402206035896	194	-1800325645104
160	-950091448320	195	-703199584080
161	-312162946368	196	2497932784704
162	-39964520664	197	-2876091504354
163	-357832759588	198	1458117876384
164	-453553290624	199	728391402200
165	650708341920	200	-2154174528000
166	704042392032	201	-3901420374768
167	2754833892216	202	-1961831018448
168	-356462346240	203	-2150040612720
169	-1458379197393	204	2561714781696
170	800535869280	205	1488221734860
171	-1211595753060	206	5418123087552
172	25209042176	207	-2118677359896
173	-950387449578	208	-570305978368
174	-776603298240	209	5699723069040
175	426959023400	210	489123048960

Taula 11

Coeficients de Fourier de j

Entrades:

Els enters n per a $-1 \leq n \leq 151$.

Contingut:

$c(n)$.

Definicions:

$$j(q) := \frac{1728 g_2(q)^3}{\Delta(q)} =: \sum_{n \geq -1} c(n) q^n.$$

Fórmules:

$$\begin{aligned} c(n) =& \frac{65520}{691} \left(\sigma_{11}(n+1) - \tau(n+1)\right) - \tau(n+2) - 24\tau(n+1) - \\ & - \sum_{k=1}^{n-1} c(k)\tau(n+1-k). \end{aligned}$$

Referències: [**Ap 76**].

Taula 11

n	$c(n)$
-1	1
0	744
1	196884
2	21493760
3	864299970
4	20245856256
5	333202640600
6	4252023300096
7	44656994071935
8	401490886656000
9	3176440229784420
10	22567393309593600
11	146211911499519294
12	874313719685775360
13	4872010111798142520
14	25497827389410525184
15	126142916465781843075
16	593121772421445058560
17	2662842413150775245160
18	11459912788444786513920
19	4743878680123416881325 0
20	1894499762488933900288 00
21	7318113773181375192456 96
22	2740630712513624654929920
23	9971041659937182693533820
24	3530745318656142709987737 6
25	1218832843304225104333515 00
26	4107899601903079091576381 44
27	1353563541518646878675077500
28	4365689224858876634610401280
29	1379837583464299992554228837 6
30	4278078224421326256705822720 0
31	1302336938257702951280448732 21
32	3896080061709959118943000985 60

Taula 11 (cont.)

n	$c(n)$
33	1146329398900810637779611090240
34	331962770913926716726367960678 4
35	946816613570226043164626343860 0
36	266143658257537962688721518755 84
37	737731699697250697608017928543 60
38	201768789947228738648580043776000
39	544763881751616630123165410477688
40	145268925443936216979435542937600 0
41	382776775173936348506559833113012 0
42	997041660021744326873940996882432 0
43	256833347063954069947740118663196 70
44	654523677314992683121702836951449 60
45	165078821568186174782496283155142200
46	412189630805216773489544457234333696
47	101925351589157679193865201109143783 5
48	249677410595071669260331512319967232 0
49	606057441541372099954237822281265093 2
50	145815984532150199975403913261539840 00
51	347829742535124906521111119303264162 68
52	822823092360486379463465706692508057 60
53	193075525467822574167329529658775261720
54	449497224123337477155078537760754122752
55	103848301058794979406892515368593243582 5
56	238140758530992241349995181283963358412 8
57	542144988987656472300037895797977208800 0
58	122553654750408206615355162330501657600 00
59	275134110928594864606925530861687146593 74
60	613542895053036136170693382722848587776 00
61	135925092428365503809701809166616289474168
62	299210983800076883665074958854523331870720
63	654553043491650303064385476041569995365270
64	142319763597271606231080211465424365368115 2
65	307609547347719676303961554012847952391720 0
66	661009177378287162744590921508064158695424 0

Taula 11 (cont.)

n	$c(n)$
67	14123583372861184908287080245891873213544410
68	300100414979111296258941108394662340095180 80
69	63419842535335416307760114920603619461313664
70	13331262529321023532855189673623687923548 1600
71	27877502489062432847671849329634876930519 8947
72	57998946630686270977789712428702702893465 6000
73	12006476859241540799657067635617953959481733 20
74	24733429811831065091362656132396788640929914 88
75	50707119308989970805700789062808421965196467 50
76	10346906640850426356226316839259822574115946496
77	21015945810275143250691058902482079910086459520
78	42493520024686459968969327541404178941239869440
79	85539981818424975894053769448098796349808643878
80	17144484302385663232305050796662655430463324 1600
81	34215552555518917673198386912358394201197849 3364
82	67998684366721405217195409801858252260994496 5120
83	13458238470689816849525962168821558458979008 27370
84	26528863213847035602522321296594400921723815 85408
85	52086213425202539336931534883960127204483857 83600
86	10186635497140956830216811207229975611480797601792
87	19845946857715387241695878080425504863628738882125
88	38518943830283497365369391336243138882250145792000
89	74484518929289017811719989832768142076931259410120
90	14350717246728345388551522234278299119235320760 3200
91	27550104261678915374908061789383679695113392978 3496
92	52703605805328176418808922004162920119197550575 6160
93	10047304534409390428438989653654129816903071458 27840
94	19088640983213103024886047390986184059389384773 79584
95	36144321793044626818796768091204646849751308362 05250
96	68213068326893807765466298256534650840034184769 04448
97	12831568450930566237049157191017104861217433634289960
98	24060143444937604997591586090380473418086401696839680
99	44972195698011806740150818275177754986409472910549646
100	83798831110707476912751950384757452703801918339072000

Taula 11 (cont.)

n	$c(n)$
101	155668193750688990263073298451234875129478434543218264
102	288303186787951198298816113296992617122316038101483520
103	532360384582564934616501236583995061891109488627959595
104	980138362015635064853029622650402721085223194498170880
105	179933741528335105778467974692766243702884819741667200
106	329381471759406715061505940564291345116361846425328435 2
107	601262894530690563847593389684597828062819705203112931 0
108	109452395719731463556443163779747901441846655707873280 00
109	198700212499291433996204199016335188648580029456715708 72
110	359749140672723441650800697314834636473510034831347712 00
111	649599065262394510036312076797832192440671575729733091 65
112	116990520972038212694292103853261700870542959023866511 360
113	210150650607452579599569241266223402742536169598850140 520
114	376530684735414125523529312982816424375348668355995860 992
115	672936445390958162789200232375699256427860729243275278 200
116	119968139366183902692692805546347042435439038591622758 4000
117	213348625439508762706621129476872306015828393480359168 2840
118	378494339078318204521520457998858544949085244169476403 2000
119	669865817819274064244524041362021616041173767896122797 7333
120	118273686668773140433431767723501521580931587564360171 52000
121	208340197158170242296387654446198110027314098795187059 77860
122	366146676412974656311481640902653278301169531467022608 17920
123	642016850701621477254646117496736570927077505831845640 07140
124	112320501139624198948010798556804314935597620040020216 250368
125	196067062984509187040951955197586503581394033288131187 910000
126	341503183853729284527745542437450034191132793987024191 963136
127	593527224934578104990955101074755370464156900515981460 035760
128	102932698278680778082226298177336966491019482434649666 3552000
129	178132733460756355324215594694295791178791523154378654 4855872
130	307625545812166027452584260746194250272148624366780404 9203200
131	530151235899879184243478368414056567296321214454058984 6766730
132	911771689151027264524686632191690355283308989432470093 2997120
133	156491735806465380236324837012121139860511798451486760 81072000
134	268056005078436156767803481585062337456790958403583136 31457280

Taula 11 (cont.)

n	$c(n)$
135	458245457528979756383630673270210869781380505263378640681052 50
136	781841608926923606920331067433515244932273760065032239046983 68
137	133136363037979448419802190281354711972084964205919759749844360
138	226277328936119593410684227507299067090596382230940358427607040
139	383849364102110667918871300554352702001779875575109378311687238
140	649927414915107204189746056821613805195682334609541750934732800
141	109840323197519761816231117653160127419593583815181875542042649 6
142	185293495840094478444279633537966389973006680420167941090680832 0
143	312009874843427955774197763800455293926282043862792369053730421 5
144	524438436278308455050599123710766343406813973871817758793321676 8
145	879927266901003513963578840827553160526272348799886477208138600 0
146	147378137532945205432032604686760567295657955402945819675082219 52
147	246411619084052950294548834568688107467539991351875357736574922 10
148	411281148008320564721934279016801952448426085004127785934073036 80
149	685288540692938415208502788199063833948865967424767438339384528 88
150	113991534440339214303055815358975788933153385224046103306861568000
151	189296894095711243511596757344199309221843546698914758259626164006

Taula 12

"Teilwerte" de nivell N

Entrades:

Els enters N per a $2 \leq N \leq 25$.

Contingut:

Per a cada N, els coeficients a_n, $N \leq n \leq N + 35$, del desenvolupament de Fourier a l'infinit de la funció $f_N(z)$.

Definicions:

$$\begin{aligned} \wp &:= \text{funció el·líptica de Weierstraß,} \\ f_{a,b}(z) &:= -\frac{2^7 3^5 g_2(z) g_3(z)}{\Delta(z)} \wp\left(\frac{az+b}{N}\right), \\ f_N(z) &:= f_{(1,0)}(z)^{-1}, \\ f_N(z) &=: \sum_{n=N}^{\infty} a_n q_N^n, \quad q_N := e^{2\pi i z/N}. \end{aligned}$$

Fórmules:

$$\wp(\frac{z}{N}) = (2\pi)^2 \left(-\frac{1}{12} - \frac{q_N}{(1-q_N)^2} + \sum_{n=1}^{\infty} (2 - q_N^n - q_N^{-n}) \frac{n q_N^{nN}}{(1 - q_N^{nN})} \right).$$

Observacions:

La funció f_N és un element primitiu de l'extensió $\mathbb{C}(X(N))/\mathbb{C}(X_0(N))$.

Els *Teilwerte* són els valors de les funcions $f_{a,b}(z)$, $(a,b) \in \mathbb{Z}^2/N\mathbb{Z}^2 - (0,0)$.

Se satisfà la igualtat $\mathbb{C}(X(N)) = \mathbb{C}(j, \{f_{a,b}\})$.

Referències: **[La 73]**, **[Sh 71]**.

Taula 12

$N = 2$	
2	1
3	-24
4	792
5	-18528
6	626988
7	-14678640
8	429249088
9	-10009548864
10	283422394062
11	-6602852569224
12	179646755577888
13	-4180082515765344
14	111312966355310264
15	-2588316766387663824
16	67657456397694039552
17	-1572270363508902539328
18	40550774078301087479013
19	-941932747566848856981240
20	24026051711582913110805840
21	-557883510481437270869564544
22	14104040251296710121978919716
23	-3273973576937402197461972444496
24	821556810907187829458260134374 4
25	-190660073787633204189739564071552
26	4754412366446657332252805485562054
27	-1103128740535222609662501643057480 80
28	27360648719027470537878705713415642 24
29	-6347105000740930248692583439301733705 6
30	15669473225246954865589166211506262408 72
31	-3634411316501244043603137428908740645523 2
32	89360389163952441294661791692267432214937 6
33	-20723522635247586080545917425201351594445504
34	50771073195247151729378178732943158782783819 4
35	-11772826809823658573942358652571162339240471328
36	28750761302573186748086606604826357269135174156 0
37	-66660032250012221715009690523971384838279410168 00

Taula 12 (cont.)

$N = 3$	
3	1
4	-12
5	108
6	-636
7	3804
8	-23112
9	338832
10	-3233616
11	26606124
12	-115000700
13	434098104
14	-1140615216
15	49525588338
16	-550621552176
17	4809331795032
18	-11389428220032
19	-33942780345852
20	802327587286968
21	6038621003477804
22	-100314202487549232
23	980294118870754224
24	-478122915690941160
25	-28912908916818418224
26	360371893793606777952
27	840399715459655215713
28	-22738759308864719763840
29	240722620064616574186596
30	134797848351623435575656
31	-10106353644417420126698892
32	1153742940434227776170018272
33	160864789370301956694682632
34	-599055749590488253643648361 6
35	655436618229804459648746328 72
36	616342664936069021345592630 60
37	-304880832533509718439161961 3744
38	340687612815207543982875337354 08

Taula 12 (cont.)

$N = 4$	
4	1
5	-12
6	120
7	-1200
8	12312
9	-124488
10	1253856
11	-12628320
12	127402284
13	-1283727756
14	12931040304
15	-130254744528
16	1312164186688
17	-13217816632392
18	133145139693888
19	-1341191748169632
20	13510091930093262
21	-136089440474302224
22	1370850892707599016
23	-13808802182815030224
24	139098322656128785440
25	-1401159940380621297360
26	14114110544721726554592
27	-142173716706531122719968
28	1432138843739329645786808
29	-144261660937994072897089 56
30	145317102912864945567310608
31	-146380266672715709920819 9296
32	147451208801404057154162334 72
33	-148529986057777781962372553496
34	149616655809917646091315781 6640
35	-150711275816200424658757407 03168
36	151813904246818661377445434668261
37	-152924599684725068578953888 7300380
38	154043421151885798213418253312 47832
39	-155170428100501029293339768377403856

Taula 12 (cont.)

$N = 5$	
5	1
6	-12
7	120
8	-1188
9	11748
10	-115860
11	1144284
12	-11305812
13	111706584
14	-1103714040
15	10905432612
16	-107751462912
17	1064637832836
18	-10519146948972
19	103934358321804
20	-1026922600516388
21	10146501246404436
22	-100252433081737308
23	990543449864001900
24	-9787057490815548240
25	96700951785056825058
26	-955453064531355463632
27	9440347189713385221312
28	-9327528307786989043350 0
29	921605769195799642694964
30	-9105919229460195883191300
31	899709700016221083074042 28
32	-888957527412342987182102928
33	878333850939748183769502 0084
34	-867837134977995271957478 10936
35	857465862258442781774496920804
36	-847218533644850473980835 6032480
37	837093667916761254509552 39889072
38	-827089801555353350080259 859479880
39	817205488531896206979156 2580277284
40	-807439300098733716169035 32189948652

Taula 12 (cont.)

$N = 6$	
6	1
7	-12
8	120
9	-1188
10	11760
11	-116424
12	1152912
13	-11415264
14	113020896
15	-1119001068
16	11079042768
17	-109691754768
18	1086039984924
19	-10752701383320
20	106460705384736
21	-1054049709189672
22	10435970580878976
23	-103324806238002552
24	1023001694233649176
25	-10128569357540912112
26	100281277936312246560
27	-99286827440463279376
28	983022292436416049632
29	-973273995824282549484 48
30	963622369932018209676654
31	-954066455918141633971 3692
32	944605304640665044888 57056
33	-935237976369897752928 109116
34	925963540695118675014 1022496
35	-916781076432171573264 05352696
36	907689671531968961457 329964192
37	-898688422989902658536 7038480640
38	889776436756152918234 12373359936
39	-880952827646886773260 260738800376
40	872216719256337077375 4155714028240
41	-863567243869753428194 41624193186592

Taula 12 (cont.)

$N = 7$	
7	1
8	-12
9	120
10	-1188
11	11760
12	-116412
13	1152348
14	-11406636
15	112911444
16	-1117686636
17	11063747544
18	-109517735940
19	1084093290696
20	-10731214017960
21	106226055930900
22	-1051509635680944
23	10408675195863576
24	-103033311017063964
25	1019905317379450836
26	-10095830621677360020
27	99936527641099699284
28	-989250902794949912780
29	9792388947064293770796
30	-9693282161246076327 6804
31	9595178415140478049 18860
32	-9498067557185647811389308
33	940193953856164674441 49680
34	-9306784412150608041 48296304
35	9212592331507430817895396158
36	-9119353549840891247672 2657008
37	902705841900506612580741644532
38	-893569738850096360672 9507352828
39	884526100448825839413564 20510112
40	-875573990880702895609135058811012
41	866712483800939553201997 9727356068
42	-857940662240095873477000 55810927916

Taula 12 (cont.)

$N = 8$	
8	1
9	-12
10	120
11	-1188
12	11760
13	-116412
14	1152360
15	-11407200
16	112920072
17	-1117796088
18	11065061976
19	-109533031044
20	1084267301328
21	-10733160303516
22	106247536893888
23	-1051744199920320
24	10411214174250252
25	-103060592669523528
26	1020196644078585360
27	-10098924968600040756
28	99969242315559898224
29	-989595371806443346896
30	979600302270479479840 8
31	-9697061845152888098 1408
32	959911998911942915425504
33	-95021673612992632133 10360
34	940619397033121378161 57432
35	-93111899257684297838 6816184
36	92171454370591351256 29748160
37	-91240508125376728025 276069004
38	90318964584257394910 7636274816
39	-89406728778437078178 38836971648
40	88503706698319344297 206533405710
41	-87609805283819530072 9259007184896
42	86724932414774523817 21838858615424
43	-85848996901449409241 325219903047112

Taula 12 (cont.)

$N = 9$	
9	1
10	-12
11	120
12	-1188
13	11760
14	-116412
15	1152360
16	-11407188
17	112919508
18	-1117787460
19	11064952524
20	-109531716612
21	1084252006224
22	-10732986292764
23	106245590600136
24	-1051722718548660
25	10410979603608504
26	-103058053605922392
27	1020169361331004932
28	-10098633628168452960
29	99966147800121523464
30	-98956265510229709230 0
31	9795658529635943076456
32	-96967004094662367485508
33	9598741988246620914049 56
34	-9501773166775644513305916
35	940578394787644092738652 44
36	-93107644353660508613189 5028
37	92167048330351573811269 37076
38	-91235954436381279072950157228
39	90314266678932590564945725 6740
40	-89401890034931212498421605 65540
41	88498730441249010601882143453840
42	-87604694785006402989382821 6064668
43	86719690893972718630195900 70403408
44	-85843627527063533727340402249570704

Taula 12 (cont.)

$N = 10$	
10	1
11	-12
12	120
13	-1188
14	11760
15	-116412
16	1152360
17	-11407188
18	112919520
19	-1117788024
20	11064961152
21	-109531826064
22	1084253320656
23	-10733001587868
24	106245764610888
25	-1051724664842292
26	10411001084971968
27	-103058288176155468
28	1020171900388203696
29	-10098660910830818928
30	99966439139457990396
31	-989565749604003012600
32	9795691246171573534464
33	-9696734858570152704176 4
34	959877813157471001151072
35	-950181096658169527979 2860
36	940582336700397575609 20632
37	-931080543724026298779 891192
38	921674738165495057990 7225360
39	-912363950356825766402 19181896
40	903147220425657397047 893235112
41	-894023598196290344665 1623418304
42	884992143091730440561 69365541824
43	-876051924036722521989 538645341792
44	867202019361763559516 0745393730968
45	-858441516708085446865 31651942270004

Taula 12 (cont.)

$N = 11$	
11	1
12	-12
13	120
14	-1188
15	11760
16	-116412
17	1152360
18	-11407188
19	112919520
20	-1117788012
21	11064960588
22	-109531817436
23	1084253211204
24	-10733000273436
25	106245749315784
26	-1051724490831540
27	10410999138678336
28	-103058266694791884
29	1020171665817962424
30	-10098658371773211492
31	99966411856789222056
32	-98956545826458133120 8
33	9795688151668772493300
34	-9696731586915216412 9296
35	9598774686666263325799416
36	-9501807352246856677983612
37	940581958702096491967939 44
38	-9310801495324697206807641 48
39	92167432814642811008913454 56
40	-9123635248702565698325123 0700
41	9031467798259356555794543 87556
42	-8940231428321849285656289 140068
43	8849916733065059803976144444 3364
44	-8760514401682150244505902 22651548
45	8672015217424550572053479 129022396
46	-8584410056651776938567920 6254283220

Taula 12 (cont.)

$N = 12$	
12	1
13	-12
14	120
15	-1188
16	11760
17	-116412
18	1152360
19	-11407188
20	112919520
21	-1117788012
22	11064960600
23	-109531818000
24	1084253219832
25	-10733000382888
26	106245750630216
27	-1051724506126644
28	10410999312689088
29	-103058268641085516
30	1020171687299326008
31	-10098658606343452644
32	99966414395846821296
33	-989565485547249690876
34	9795688443008187772320
35	-9696731896365487995600
36	9598775013828115935910 20
37	-9501807696738050620880808
38	940581994845443192828 07792
39	-9310801873322977993528 26516
40	9216743675655813621392730192
41	-9123635658721604523244892 8908
42	9031468223745893269698089 93064
43	-8940231868921533900662495259396
44	8849917188429123175679790226 5600
45	-8760514871467327477966089406 40160
46	8672015701293005405762248757992152
47	-8584410554271027094456385588 7926640

Taula 12 (cont.)

$N = 13$	
13	1
14	-12
15	120
16	-1188
17	11760
18	-116412
19	1152360
20	-11407188
21	112919520
22	-1117788012
23	11064960600
24	-109531817988
25	1084253219268
26	-10733000374260
27	106245750520764
28	-1051724504812212
29	10410999297393984
30	-103058268467074764
31	1020171685353032376
32	-10098658584862089060
33	99966414161276580144
34	-989565483008192091516
35	9795688415725519404456
36	-9696731867231546426830 8
37	959877498288308871361944
38	-950180766402150226787474 4
39	940581991400531242447897 32
40	-931080183717963115534358208
41	92167436378559853742048724 24
42	-912363561930245106822554798 52
43	90314681827439891466301355 3736
44	-894023182637287994804232257 4756
45	88499171443691543893525088910624
46	-876051482593092076953110495551644
47	86720156543144872619722752086128 56
48	-858441050588418113881847547624801 48

Taula 12 (cont.)

N=14	
14	1
15	-12
16	120
17	-1188
18	11760
19	-116412
20	1152360
21	-11407188
22	112919520
23	-1117788012
24	11064960600
25	-109531817988
26	1084253219280
27	-10733000374824
28	106245750529392
29	-1051724504921664
30	10410999298708416
31	-103058268482369868
32	1020171685527043128
33	-10098658586808382692
34	99966414182757943728
35	-989565483242762332668
36	9795688418264577003816
37	-969673186995981326360052
38	959877498579648287041440
39	-950180766711600498969514 8
40	940581991727696725913934 24
41	-931080184062454310487161808
42	92167436414703200569282198 68
43	-912363562308243389157108831 60
44	90314681866859044904469120 7392
45	-894023183047307035831942594 9764
46	88499171486240197822087663854144
47	-876051483033691764535153490826300
48	867201565886812792956750704636 3160
49	-858441051058203294948482663184831 24

Taula 12 (cont.)

$N = 15$	
15	1
16	-12
17	120
18	-1188
19	11760
20	-116412
21	1152360
22	-11407188
23	112919520
24	-1117788012
25	11064960600
26	-109531817988
27	1084253219280
28	-10733000374812
29	106245750528828
30	-1051724504913036
31	10410999298598964
32	-103058268481055436
33	1020171685511748024
34	-10098658586634371940
35	99966414180811650096
36	-989565483221280969084
37	9795688418030006762664
38	-9696731869705907503692
39	9598774985523656186736 96
40	-9501807666824665574015532
41	940581991696751698695648 24
42	-9310801840297377621401494 44
43	9216743641125828861969013896
44	-9123635622721000423329023212 56
45	9031468186307906208101406832 20
46	-8940231830078878823924015841648
47	8849917148214000741164204468373 6
48	-8760514829911431106045612238184 60
49	8672015658427528241961406453347384
50	-8584410510126668882697180466265250 0

Taula 12 (cont.)

$N = 16$	
16	1
17	-12
18	120
19	-1188
20	11760
21	-116412
22	1152360
23	-11407188
24	112919520
25	-1117788012
26	11064960600
27	-109531817988
28	1084253219280
29	-10733000374812
30	106245750528840
31	-1051724504913600
32	10410999298607592
33	-103058268481164888
34	1020171685513062456
35	-10098658586649667044
36	9996414180985660848
37	-989565483223227262716
38	97956884180514881262 48
39	-9696731869729364527 7844
40	9598774985549046762 73056
41	-9501807666851948242 383276
42	940581991699665092852 44440
43	-9310801840328322648 61977924
44	92167436411585454103 16018064
45	-9123635622755449542 7861118556
46	9031468186344049554 92942842752
47	-8940231830116678652 158481151360
48	8849917148253419894 6036359670988
49	-8760514829952433010 14993110534408
50	8672015658470076895 891830204559824
51	-8584410510170728851 4575875563603956

Taula 12 (cont.)

$N = 17$	
17	1
18	-12
19	120
20	-1188
21	11760
22	-116412
23	1152360
24	-11407188
25	112919520
26	-1117788012
27	11064960600
28	-109531817988
29	1084253219280
30	-10733000374812
31	106245750528840
32	-1051724504913588
33	10410999298607028
34	-103058268481156260
35	1020171685512953004
36	-10098658586648352612
37	99966414180970365744
38	-989565483223053251964
39	9795688418049541832616
40	-9696731869727216391426 0
41	959877498554670106031904
42	-9501807666849409184783916
43	940581991699392266168766 96
44	-931080184032540925446298308
45	92167436411554509075941895 84
46	-912363562275217788795141142 68
47	90314681863406046429798403725 6
48	-894023183011306431747567858315 6
49	88499171482496399117801887958904
50	-876051482994849109480598710332696
51	86720156584659767054813972227230 12
52	-858441051016647398606454380799370 56

Taula 12 (cont.)

$N = 18$	
18	1
19	-12
20	120
21	-1188
22	11760
23	-116412
24	1152360
25	-11407188
26	112919520
27	-1117788012
28	11064960600
29	-109531817988
30	1084253219280
31	-10733000374812
32	106245750528840
33	-1051724504913588
34	10410999298607040
35	-103058268481156824
36	1020171685512961632
37	-10098658586648462064
38	99966414180971680176
39	-989565483223068547068
40	9795688418049715843368
41	-9696731869727411020789 2
42	9598774985546915873954 88
43	-9501807666849643755025068
44	940581991699417656744760 56
45	-9310801840325682081146660 52
46	92167436411557422470098692 00
47	-9123635622752487338223594 2748
48	9031468186340931808463310 41544
49	-8940231830113408808670637 388532
50	8849917148250001345248469 0518912
51	-8760514829948869093088331 81636108
52	8672015658466370897015791 616522352
53	-8584410510166884005105587 0976559408

Taula 12 (cont.)

$N = 19$	
19	1
20	-12
21	120
22	-1188
23	11760
24	-116412
25	1152360
26	-11407188
27	112919520
28	-1117788012
29	11064960600
30	-109531817988
31	1084253219280
32	-10733000374812
33	106245750528840
34	-1051724504913588
35	10410999298607040
36	-103058268481156812
37	1020171685512961068
38	-10098658586648453436
39	99966414180971570724
40	-989565483223067232636
41	97956884184049700548264
42	-969673186972739361971 40
43	9598774985546896411018 56
44	-9501807666849622273661484
45	940581991699415311042349 04
46	-9310801840325656690570666 92
47	92167436411557149643415014 56
48	-91236356227524582042820263132
49	90314681863409008634360921 3064
50	-894023183011337609212229038 4244
51	88499171482499668961289731713536
52	-87605148299488329497415037907 5980
53	86720156584663330971875571452 10744
54	-85844105101668445859521476582351396

Taula 12 (cont.)

$N = 20$	
20	1
21	-12
22	120
23	-1188
24	11760
25	-116412
26	1152360
27	-11407188
28	112919520
29	-1117788012
30	11064960600
31	-109531817988
32	1084253219280
33	-10733000374812
34	106245750528840
35	-1051724504913588
36	10410999298607040
37	-103058268481156812
38	1020171685512961080
39	-10098658586648454000
40	99966414180971579352
41	-989565483223067342088
42	9795688418049701862696
43	-9696731869727395149224 4
44	9598774985546898151126 08
45	-9501807666849624219955116
46	9405819916994155258559848 8
47	-9310801840325659036273078 44
48	9216743641155717503399100816
49	-9123635622752460932548863 0876
50	9031468186340903776830248926 80
51	-8940231830113379186625012212724
52	8849917148249970167783807871 7824
53	-8760514829948836394653453378813 56
54	8672015658466336711522239947770872
55	-8584410510166848365934971105366 2884

Taula 12 (cont.)

$N = 21$	
21	1
22	-12
23	120
24	-1188
25	11760
26	-116412
27	1152360
28	-11407188
29	112919520
30	-1117788012
31	11064960600
32	-109531817988
33	1084253219280
34	-10733000374812
35	106245750528840
36	-1051724504913588
37	10410999298607040
38	-103058268481156812
39	1020171685512961080
40	-10098658586648453988
41	99966414180971578788
42	-989565483223067333460
43	9795688418049701753244
44	-9696731869727395017781 2
45	959877498554689799817504
46	-950180766684962404594436 4
47	940581991699415506393048 56
48	-931080184032565882145944260
49	92167436411557172688288596 64
50	-912363562275246067864310315 16
51	903146818634090350400356524936
52	-894023183011337889528559653310 8
53	884991714824996985833353568893 44
54	-876051482994883606748796990877068
55	867201565846633636703104498896549 6
56	-858441051016684800450150282511027 56

Taula 12 (cont.)

$N = 22$	
22	1
23	-12
24	120
25	-1188
26	11760
27	-116412
28	1152360
29	-11407188
30	112919520
31	-1117788012
32	11064960600
33	-109531817988
34	1084253219280
35	-10733000374812
36	106245750528840
37	-1051724504913588
38	10410999298607040
39	-103058268481156812
40	1020171685512961080
41	-10098658586648453988
42	99966414180971578800
43	-989565483223067334024
44	979568841804970176187 2
45	-9696731869727395028726 4
46	9598774985546898011319 36
47	-9501807666849624061239468
48	940581991699415508133156 08
49	-9310801840325658840922378 92
50	92167436411557172903102232 48
51	-9123635622752460702100127 2668
52	90314681863409035293941412 4296
53	-8940231830113378922568264 900852
54	88499171482499698874674772 568960
55	-8760514829948836098432997 12705548
56	86720156584663363997475933 35969784
57	-8584410510166848038950622 3209908132

Taula 12 (cont.)

$N = 23$	
23	1
24	-12
25	120
26	-1188
27	11760
28	-116412
29	1152360
30	-11407188
31	112919520
32	-1117788012
33	11064960600
34	-109531817988
35	1084253219280
36	-10733000374812
37	106245750528840
38	-1051724504913588
39	10410999298607040
40	-103058268481156812
41	1020171685512961080
42	-10098658586648453988
43	99966414180971578800
44	-989565483223067334012
45	9795688418049701761308
46	-9696731869727395027863 6
47	959877498554689801022484
48	-95018076668496240599250 36
49	940581991699415507980205 04
50	-93108018403256588391822 7140
51	92167436411557172883639296 16
52	-91236356227524606999519909084
53	90314681863409035270484388 3144
54	-89402318301133789200292073 01492
55	88499171482499698847392104201216
56	-87605148299488360955196029702 5932
57	86720156584663363966530906141413 04
58	-85844105101668480356789674862903844

Taula 12 (cont.)

$N = 24$	
24	1
25	-12
26	120
27	-1188
28	11760
29	-116412
30	1152360
31	-11407188
32	112919520
33	-1117788012
34	11064960600
35	-109531817988
36	1084253219280
37	-10733000374812
38	106245750528840
39	-1051724504913588
40	10410999298607040
41	-103058268481156812
42	1020171685512961080
43	-10098658586648453988
44	99966414180971578800
45	-989565483223067334012
46	9795688418049701761320
47	-9696731869727395027920
48	9598774985546898010311 12
49	-9501807666849624060034488
50	940581991699415507993349 36
51	-9310801840325658839335222 44
52	92167436411557172885379403 68
53	-91236356227524607001466202716
54	90314681863409035272632524 6728
55	-89402318301133789202637775 42644
56	88499171482499698849931161800576
57	-87605148299488360957924296539 3676
58	86720156584663363969444300298 20920
59	-85844105101668480359884177584732324

Taula 12 (cont.)

$N = 25$	
25	1
26	-12
27	120
28	-1188
29	11760
30	-116412
31	1152360
32	-11407188
33	112919520
34	-1117788012
35	11064960600
36	-109531817988
37	1084253219280
38	-10733000374812
39	106245750528840
40	-1051724504913588
41	10410999298607040
42	-103058268481156812
43	1020171685512961080
44	-10098658586648453988
45	99966414180971578800
46	-98956548323067334012
47	979568841804970176 1320
48	-9696731869727395027 9188
49	9598774985546898010 30548
50	-9501807666849624060025860
51	940581991699415507992254 84
52	-9310801840325658839322078 12
53	92167436411557172885226452 64
54	-9123635622752460700129219 1964
55	9031468186340903527243789 53096
56	-8940231830113378920242296 179060
57	8849917148249969884969659 1559424
58	-8760514829948836095767039 07794316
59	8672015658466336396917147 361453176
60	-8584410510166848035959283 8169052708

Taula 13

"Hauptmodul" de $X_0(N)$

Entrades:

Els enters N tals que el gènere de $X_0(N)$ és zero.

Contingut:

Per a cada N, un *Hauptmodul,* $h_N(z)$.

Els 36 primers coeficients del desenvolupament de Fourier a l'infinit de $h_N(z)$.

Definicions:

$$Hauptmodul := \text{ generador de } \mathbb{C}(X_0(N)), \text{ sobre } \mathbb{C}.$$

Fórmules:

$$\eta(z) = q^{\frac{1}{24}} \prod_{n=1}^{\infty}(1-q^n), \qquad q = e^{2\pi i z}.$$

Observacions:

La funció $h_N(z)$ es determina a partir de la propietat

$$\operatorname{div}(h_N) = (i\infty) - (0)$$

i es dóna en termes de la funció η de Dedekind.

Referències: **[Bi 73]**, **[Go 92]**.

Taula 13

$N = 2$	
$h(z) = (\frac{\eta(2z)}{\eta(z)})^{24}$	
1	1
2	24
3	300
4	2624
5	18126
6	105504
7	538296
8	2471424
9	10400997
10	40674128
11	149343012
12	519045888
13	1718732998
14	5451292992
15	16633756008
16	49010118656
17	139877936370
18	387749049720
19	1046413709980
20	2754808758144
21	7087483527072
22	17848133716832
23	44056043512488
24	106727749011456
25	254038914924791
26	594727796789904
27	1370672890379256
28	3112527757630976
29	6969326980985910
30	15398305232347584
31	33592387385401312
32	72402560110657536
33	154259370820898352
34	325054005510289072
35	677753303673755664
36	1398915135310801728

$N = 3$	
$h(z) = (\frac{\eta(3z)}{\eta(z)})^{12}$	
1	1
2	12
3	90
4	508
5	2391
6	9828
7	36428
8	124188
9	395199
10	1186344
11	3387252
12	9257364
13	24343037
14	61848096
15	152356032
16	364959196
17	852243948
18	1944226476
19	4341094220
20	9502198728
21	20419293123
22	43131708720
23	89656112256
24	183580652340
25	370621278781
26	738320294472
27	1452418943670
28	2823347710496
29	5426622358680
30	10318881257208
31	19422208545812
32	36202214436444
33	66855012116868
34	122369381838936
35	222083584188024
36	399777649604892

Taula 13 (cont.)

$N = 4$	
$h(z) = (\frac{\eta(4z)}{\eta(z)})^8$	
1	1
2	8
3	44
4	192
5	718
6	2400
7	7352
8	20992
9	56549
10	145008
11	356388
12	844032
13	1934534
14	4306368
15	9337704
16	19771392
17	40965362
18	83207976
19	165944732
20	325393024
21	628092832
22	1194744096
23	2241688744
24	4152367104
25	7599231223
26	13749863984
27	24612479480
28	43610343936
29	76529401910
30	133070048064
31	229370312672
32	392080949248
33	664904517168
34	1119023490960
35	1869631753232
36	3101992397760

$N = 5$	
$h(z) = (\frac{\eta(5z)}{\eta(z)})^6$	
1	1
2	6
3	27
4	98
5	315
6	912
7	2456
8	6210
9	14937
10	34390
11	76317
12	163896
13	342062
14	695736
15	1382880
16	2691586
17	5139906
18	9644622
19	17808040
20	32393370
21	58113312
22	102914152
23	180062622
24	311488920
25	533124225
26	903324372
27	1516110165
28	2521780688
29	4158863310
30	6803237280
31	11043320922
32	17794350786
33	28471301184
34	45248935436
35	71451190515
36	112131038826

$N = 6$	
$h(z) = (\frac{\eta(2z)}{\eta(3z)})(\frac{\eta(6z)}{\eta(z)})^5$	
1	1
2	5
3	19
4	61
5	174
6	455
7	1112
8	2573
9	5689
10	12102
11	24900
12	49759
13	96902
14	184408
15	343722
16	628717
17	1130418
18	2000669
19	3489788
20	6005910
21	10207688
22	17147892
23	28494120
24	46865519
25	76342903
26	123236446
27	197233723
28	313106264
29	493231830
30	771301986
31	1197743552
32	1847606573
33	2831985996
34	4314484026
35	6534832848
36	9842647957

Taula 13 (cont.)

$N = 7$	
$h(z) = (\frac{\eta(7z)}{\eta(z)})^4$	
1	1
2	4
3	14
4	40
5	105
6	252
7	574
8	1236
9	2564
10	5124
11	9948
12	18788
13	34685
14	62664
15	111132
16	193672
17	332325
18	561996
19	937958
20	1546132
21	2519825
22	4062888
23	6486008
24	10257324
25	16079389
26	24996636
27	38555216
28	59025820
29	89728900
30	135486960
31	203274344
32	303117300
33	449370537
34	662477088
35	971436270
36	1417189616

$N = 8$	
$h(z) = (\frac{\eta(2z)}{\eta(4z)})^2(\frac{\eta(8z)}{\eta(z)})^4$	
1	1
2	4
3	12
4	32
5	78
6	176
7	376
8	768
9	1509
10	2872
11	5316
12	9600
13	16966
14	29408
15	50088
16	83968
17	138738
18	226196
19	364284
20	580032
21	913824
22	1425552
23	2203368
24	3376128
25	5130999
26	7738136
27	11585208
28	17225472
29	25444278
30	37350816
31	54504160
32	79085568
33	114133296
34	163861448
35	234091152
36	332831904

$N = 9$	
$h(z) = (\frac{\eta(9z)}{\eta(z)})^3$	
1	1
2	3
3	9
4	22
5	51
6	108
7	221
8	429
9	810
10	1476
11	2631
12	4572
13	7802
14	13056
15	21519
16	34918
17	55935
18	88452
19	138332
20	213990
21	327852
22	497592
23	748833
24	1117692
25	1655719
26	2434938
27	3556791
28	5161808
29	7445631
30	10677096
31	15226658
32	21599469
33	30485268
34	42817788
35	59861442
36	83316276

Taula 13 (cont.)

$N = 10$	
$h(z) = (\frac{\eta(2z)}{\eta(5z)})(\frac{\eta(10z)}{\eta(z)})^3$	
1	1
2	3
3	8
4	19
5	41
6	84
7	164
8	307
9	557
10	983
11	1692
12	2852
13	4718
14	7672
15	12288
16	19411
17	30274
18	46671
19	71180
20	107479
21	160792
22	238476
23	350828
24	512196
25	742441
26	1068914
27	1529120
28	2174216
29	3073670
30	4321444
31	6044072
32	8411283
33	11649936
34	16062102
35	22048604
36	30139583

$N = 12$	
$h(z) = (\frac{\eta(3z)}{\eta(4z)})(\frac{\eta(2z)}{\eta(6z)})^2(\frac{\eta(12z)}{\eta(z)})^3$	
1	1
2	3
3	7
4	15
5	30
6	57
7	104
8	183
9	313
10	522
11	852
12	1365
13	2150
14	3336
15	5106
16	7719
17	11538
18	17067
19	25004
20	36306
21	52280
22	74700
23	105960
24	149277
25	208951
26	290706
27	402127
28	553224
29	757158
30	1031166
31	1397744
32	1886151
33	2534316
34	3391254
35	4520112
36	6002007

$N = 13$	
$h(z) = (\frac{\eta(13z)}{\eta(z)})^2$	
1	1
2	2
3	5
4	10
5	20
6	36
7	65
8	110
9	185
10	300
11	481
12	752
13	1165
14	1768
15	2661
16	3946
17	5802
18	8430
19	12158
20	17360
21	24622
22	34632
23	48410
24	67188
25	92731
26	127182
27	173546
28	235508
29	318098
30	427536
31	572168
32	762318
33	1011660
34	1337136
35	1760876
36	2310338

Taula 13 (cont.)

$N = 16$	
$h(z) = (\frac{\eta(2z)}{\eta(8z)})(\frac{\eta(16z)}{\eta(z)})^2$	
1	1
2	2
3	4
4	8
5	14
6	24
7	40
8	64
9	101
10	156
11	236
12	352
13	518
14	752
15	1080
16	1536
17	2162
18	3018
19	4180
20	5744
21	7840
22	10632
23	14328
24	19200
25	25591
26	33932
27	44776
28	58816
29	76918
30	100176
31	129952
32	167936
33	216240
34	277476
35	354864
36	452392

$N = 18$	
$h(z) = (\frac{\eta(3z)}{\eta(9z)})(\frac{\eta(2z)}{\eta(6z)})(\frac{\eta(18z)}{\eta(z)})^2$	
1	1
2	2
3	4
4	7
5	12
6	20
7	32
8	50
9	76
10	114
11	168
12	244
13	350
14	496
15	696
16	967
17	1332
18	1820
19	2468
20	3324
21	4448
22	5916
23	7824
24	10292
25	13471
26	17548
27	22756
28	29384
29	37788
30	48408
31	61784
32	78578
33	99600
34	125838
35	158496
36	199036

$N = 25$	
$h(z) = \frac{\eta(25z)}{\eta(z)}$	
1	1
2	1
3	2
4	3
5	5
6	7
7	11
8	15
9	22
10	30
11	42
12	56
13	77
14	101
15	135
16	176
17	231
18	297
19	385
20	490
21	627
22	792
23	1002
24	1255
25	1575
26	1957
27	2435
28	3008
29	3715
30	4560
31	5597
32	6831
33	8334
34	10121
35	12280
36	14841

Taula 14

"Hauptmodul" de $X_0^+(N)$

Entrades:

Els enters N tals que el gènere de $X_0^+(N)$ és zero.

Contingut:

Per a cada N, un *Hauptmodul,* $h_N^+(z)$.

Els 36 primers coeficients del desenvolupament de Fourier a l'infinit de $h_N^+(z)$.

Definicions:

$$\begin{aligned} w_N &:= \text{ involució d'Atkin-Lehner,} \\ X_0^+(N) &:= X_0(N)/\langle w_N \rangle, \\ Hauptmodul &:= \text{ generador de } \mathbb{C}(X_0^+(N)), \text{ sobre } \mathbb{C}. \end{aligned}$$

Observacions:

La funció $h_N^+(z)$ es dóna en termes de la funció η de Dedekind.

Referències: **[Bi 73]**, **[Go 92]**.

Taula 14

$N=2$	
$h(z) = (2^{12}(\frac{\eta(2z)}{\eta(z)})^{24} + (\frac{\eta(z)}{\eta(2z)})^{24})^{-1}$	
1	1
2	24
3	-3796
4	-292288
5	6031054
6	1747557408
7	48083932856
8	-6665999370752
9	-542501261724443
10	9287181949248336
11	3157714804627544868
12	95020023984440345344
13	-11679318126984210577210
14	-10049207300879689514922 88
15	13825829902450758324525416
16	56974861942940377972323819 52
17	18625080407617805354758009 1634
18	-20407601124380377408083219647112
19	-18580596049107492614917619240953 32
20	19567623201651017916803053171163008
21	10264935540959549199801235152604831648
22	36254331646337797748710418949859413 4880
23	-35554767035332015007400247077865674505560
24	-34293745383269338010760510680992228352143 36
25	25452222648503317692584167982185853029023991
26	18466450376183725902499311203987361020064617104
27	70145664234202249810832416385356596881560688 1272
28	-61748904441900357806369570620470219623620694712832
29	-63186525150491609402124336906870598250163215343810 02
30	27898077315720980114948173039335118969586276849967552
31	33170689454469629770793755709443039237998594996496572384
32	13500209274447498531622029344921665100217442847113080668 16
33	-10687152834267167290416323830305343354378490068467003519 4320
34	-11622825735657397398361559852598296136430067320786951203572048
35	17411890660139337509039576041240316291919008912806242902448 1 44
36	59491770358444997721950094956643824643898288690161242916 215302976

Taula 14 (cont.)

N= 3	
$h(z) = (3^6(\frac{\eta(3z)}{\eta(z)})^{12} + (\frac{\eta(z)}{\eta(3z)})^{12})^{-1}$	
1	1
2	12
3	-639
4	-25736
5	22074
6	24801660
7	539088188
8	-11250442416
9	-763072418907
10	-6603166203192
11	571520126586648
12	19138393550292696
13	-107631973180547938
14	-20502961929008958720
15	-361240173849323776086
16	11206179382919028158176
17	594125191821587903362026
18	2830764864353210961108012
19	-49714435149504789855821783 2
20	-13896858851627858831739338544
21	155730788797788475149690260748
22	16639096036905590670045794890512
23	22858710394447618277893954490968 8
24	-10552213544373519307943539358681712
25	-45409229551582122045398222118539144 9
26	-28690452275065584368920411931451199 2
27	42233746660460846480348375414793013149 3
28	98057440868170387837005110712577012774 40
29	-17745028610170707120126182965568941296701 4
30	-13266063603282439973413743569985792351835800
31	-13192611142215469803420345235146998025047851 6
32	95491909838690929186602045709225272602130092 16
33	34016753096553039484577242634502557253511557348 0
34	-13379051685939455064508232848670191934619441380 88
35	-35143662489202478492114365792426793604371531546776 8
36	-66707038568155968562985058417990439360304242384082 64

Taula 14 (cont.)

N= 4	
$h(z) = (\frac{\eta(4z)\eta(z)}{\eta(2z)^2})^{24}$	
1	1
2	-24
3	300
4	-2624
5	18126
6	-105504
7	538296
8	-2471424
9	10400997
10	-40674128
11	149343012
12	-519045888
13	1718732998
14	-5451292992
15	16633756008
16	-49010118656
17	139877936370
18	-387749049720
19	1046413709980
20	-2754808758144
21	7087483527072
22	-17848133716832
23	44056043512488
24	-106727749011456
25	254038914924791
26	-594727796789904
27	1370672890379256
28	-3112527757630976
29	6969326980985910
30	-15398305232347584
31	33592387385401312
32	-72402560110657536
33	154259370820898352
34	-325054005510289072
35	677753303673755664
36	-1398915135310801728

N= 5	
$h(z) = (5^3(\frac{\eta(5z)}{\eta(z)})^6 + (\frac{\eta(z)}{\eta(5z)})^6)^{-1}$	
1	1
2	6
3	-98
4	-2152
5	-7685
6	284412
7	4586706
8	3298960
9	-756032063
10	-9228076110
11	25175853192
12	1885358550896
13	17231660224562
14	-128978034534764
15	-4459128369176870
16	-28738518016977664
17	442650679891568906
18	10042373949947537622
19	383844666684858415 40
20	-1298473294713035421880
21	-21511581777348620932188
22	-21600795378972686830848
23	34756011675392207 38809622
24	43536630237686928211541920
25	-10298500627111703833 0645775
26	-87140128440460642152187 22628
27	-81958678313316423904315894460
28	56962027514727977640881 1508688
29	20706928557709071806885758567310
30	13852737055991701523969766375 3780
31	-19974450835195282882479018366 57828
32	-46846773018509017262859873647470464
33	-19073876194772524164920755831 1562816
34	59235318126259481527403146575765 93436
35	10083948754478680379997040284358 8714390
36	12951955640909394056317051711500 9359576

Taula 14 (cont.)

N= 6	
$h(z) = (\frac{\eta(6z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(3z)})^{12}$	
1	1
2	-12
3	66
4	-220
5	495
6	-804
7	1068
8	-1596
9	3279
10	-6952
11	12276
12	-17844
13	23653
14	-34080
15	57168
16	-98428
17	154332
18	-215724
19	285388
20	-395784
21	600459
22	-931888
23	1365696
24	-1853076
25	2426189
26	-3277896
27	4689534
28	-6815008
29	9538632
30	-12664440
31	16403188
32	-21690876
33	29812932
34	-41450072
35	56144952
36	-73218300

N= 7	
$h(z) = (7^2(\frac{\eta(7z)}{\eta(z)})^4 + (\frac{\eta(z)}{\eta(7z)})^4)^{-1}$	
1	1
2	4
3	-35
4	-548
5	-1904
6	22792
7	310940
8	878532
9	-14522702
10	-175051296
11	-377932687
12	9095309608
13	97749074619
14	143044864788
15	-5614713924785
16	-54116870333796
17	-39239628188698
18	3423364718615668
19	29686653867617040
20	-2154802261694208
21	-2064569047841221642
22	-16122624558995167888
23	15334782725498681043
24	1232886956863275099960
25	8658918209157654051681
26	-16793762063950507401920
27	-729588941030440922958002
28	-45917033486653035302681 96
29	14134102500566185923808717
30	428098420571569332588879792
31	23990466172798936154458388 19
32	-10620035629189700936548578172
33	-24916863001790445727804362 4201
34	-12312448369193964903895961 74952
35	74823170919190165446339269 35585
36	14389254382613826085252740 1362268

Taula 14 (cont.)

N= 8	
$h(z) = (\frac{\eta(8z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(4z)})^8$	
1	1
2	-8
3	28
4	-64
5	142
6	-352
7	792
8	-1536
9	2917
10	-5744
11	10868
12	-19200
13	33414
14	-58816
15	101256
16	-167936
17	275314
18	-452392
19	732748
20	-1160064
21	1819808
22	-2851104
23	4421064
24	-6752256
25	10236407
26	-15476272
27	23215192
28	-34450944
29	50811638
30	-74701632
31	109138272
32	-158171136
33	228050352
34	-327722896
35	468537168
36	-665663808

N= 9	
$h(z) = (3^3(\frac{\eta(9z)}{\eta(z)})^3 + (\frac{\eta(z)}{\eta(9z)})^3)^{-1}$	
1	1
2	3
3	-18
4	-221
5	-678
6	4158
7	51008
8	156435
9	-959526
10	-11770902
11	-36099636
12	221424606
13	2716307486
14	8330517672
15	-51096957948
16	-626827578797
17	-1922388481242
18	11791368465066
19	144649608167684
20	443619186463626
21	-2721030289560432
22	-33380007279339924
23	-102371598934753224
24	627917434574340510
25	7702923637906968607
26	23623739883751039314
27	-144901108287961907202
28	-1777562002155419132056
29	-5451522608832395713710
30	33438044601059506483428
31	4101983636391519960710 96
32	1258018370539723934114643
33	-7716316596560735521397256
34	-946592565143762084692086 18
35	-290306091375522110255777232
36	178065262274553099427633684 2

Taula 14 (cont.)

N= 10	
$h(z) = (\frac{\eta(10z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(5z)})^6$	
1	1
2	-6
3	15
4	-26
5	51
6	-96
7	136
8	-186
9	297
10	-422
11	537
12	-792
13	1198
14	-1608
15	2208
16	-3194
17	4290
18	-5550
19	7480
20	-9906
21	12672
22	-16648
23	22038
24	-28344
25	36641
26	-47796
27	60801
28	-76624
29	97710
30	-123216
31	153362
32	-192954
33	243072
34	-302028
35	375639
36	-469122

N= 12	
$h(z) = (\frac{\eta(12z)\eta(z)}{\eta(3z)\eta(4z)})^4$	
1	1
2	-4
3	2
4	12
5	-17
6	-12
7	44
8	-20
9	-49
10	72
11	-12
12	-60
13	101
14	-96
15	-48
16	300
17	-292
18	-228
19	716
20	-344
21	-629
22	1008
23	-320
24	-732
25	1357
26	-1048
27	-706
28	2976
29	-2488
30	-2088
31	5876
32	-2900
33	-4668
34	7992
35	-3016
36	-5460

Taula 14 (cont.)

N= 13	
$h(z) = (13(\frac{\eta(13z)}{\eta(z)})^2 + (\frac{\eta(z)}{\eta(13z)})^2)^{-1}$	
1	1
2	2
3	-8
4	-68
5	-162
6	452
7	4758
8	13188
9	-23423
10	-328600
11	-1043978
12	1031860
13	22397123
14	80816320
15	-27862176
16	-1505113980
17	-6140602126
18	-1247608642
19	99569160018
20	459102635516
21	315013025340
22	-6469430999356
23	-33832307534248
24	-38064653393724
25	411455752559139
26	2460191336036086
27	3777050222400256
28	-25483408601156636
29	-176656777864221550
30	-340702242347635540
31	1524363383936373746
32	12530685655575875604
33	29012453317483181416
34	-86822774896342057032
35	-878067778031323162244
36	-2375071015820579791568

N= 14	
$h(z) = (\frac{\eta(14z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(7z)})^4$	
1	1
2	-4
3	6
4	-8
5	17
6	-28
7	38
8	-52
9	68
10	-100
11	140
12	-164
13	213
14	-296
15	380
16	-488
17	613
18	-780
19	1038
20	-1300
21	1593
22	-2024
23	2520
24	-3116
25	3853
26	-4668
27	5728
28	-7036
29	8500
30	-10352
31	12536
32	-15060
33	18265
34	-21984
35	26262
36	-31440

Taula 14 (cont.)

N= 15	
$h(z) = (\frac{\eta(15z)\eta(z)}{\eta(3z)\eta(5z)})^3$	
1	1
2	-3
3	0
4	8
5	-9
6	3
7	8
8	-27
9	24
10	19
11	-48
12	24
13	17
14	-54
15	57
16	46
17	-147
18	51
19	145
20	-222
21	123
22	160
23	-459
24	315
25	306
26	-678
27	360
28	326
29	-870
30	633
31	612
32	-1581
33	723
34	1286
35	-2301
36	1242

N= 16	
$h(z) = \frac{(\eta(16z)\eta(z)\eta(4z))^4}{(\eta(2z)\eta(8z))^6}$	
1	1
2	-4
3	8
4	-16
5	30
6	-48
7	80
8	-128
9	197
10	-312
11	472
12	-704
13	1046
14	-1504
15	2160
16	-3072
17	4306
18	-6036
19	8360
20	-11488
21	15712
22	-21264
23	28656
24	-38400
25	51127
26	-67864
27	89552
28	-117632
29	153926
30	-200352
31	259904
32	-335872
33	432336
34	-554952
35	709728
36	-904784

Taula 14 (cont.)

N= 18	
$h(z) = (\frac{\eta(18z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(9z)})^3$	
1	1
2	-3
3	3
4	-4
5	9
6	-12
7	15
8	-21
9	30
10	-40
11	45
12	-60
13	82
14	-96
15	117
16	-148
17	189
18	-228
19	268
20	-342
21	420
22	-496
23	603
24	-732
25	887
26	-1050
27	1245
28	-1504
29	1773
30	-2088
31	2470
32	-2901
33	3420
34	-3992
35	4662
36	-5460

N= 20	
$h(z) = \frac{(\eta(20z)\eta(z))^3\eta(4z)\eta(5z)}{(\eta(2z)\eta(10z))^4}$	
1	1
2	-3
3	4
4	-7
5	13
6	-20
7	32
8	-47
9	69
10	-103
11	148
12	-212
13	294
14	-408
15	564
16	-767
17	1042
18	-1391
19	1852
20	-2459
21	3232
22	-4236
23	5504
24	-7124
25	9193
26	-11794
27	15080
28	-19176
29	24310
30	-30724
31	38672
32	-48543
33	60688
34	-75670
35	94112
36	-116675

Taula 14 (cont.)

N= 21	
$h(z) = (\frac{\eta(21z)\eta(z)}{\eta(3z)\eta(7z)})^2$	
1	1
2	-2
3	-1
4	4
5	-3
6	0
7	7
8	-6
9	-7
10	12
11	-6
12	-10
13	26
14	-12
15	-18
16	28
17	-18
18	-18
19	50
20	-20
21	-37
22	72
23	-52
24	-48
25	124
26	-72
27	-61
28	166
29	-107
30	-120
31	254
32	-126
33	-165
34	372
35	-204
36	-232

N= 24	
$h(z) = \frac{(\eta(24z)\eta(z)\eta(4z)\eta(6z))^3}{(\eta(3z)\eta(8z)\eta(2z)\eta(12z))^5}$	
1	1
2	-3
3	5
4	-9
5	14
6	-21
7	32
8	-45
9	65
10	-90
11	124
12	-171
13	230
14	-312
15	414
16	-549
17	722
18	-939
19	1220
20	-1566
21	2008
22	-2556
23	3240
24	-4095
25	5143
26	-6450
27	8045
28	-10008
29	12406
30	-15318
31	18872
32	-23157
33	28356
34	-34614
35	42144
36	-51201

Taula 14 (cont.)

N= 25	
$h(z) = (5\frac{\eta(25z)}{\eta(z)} + \frac{\eta(z)}{\eta(25z)})^{-1}$	
1	1
2	1
3	-3
4	-12
5	-15
6	22
7	131
8	225
9	-83
10	-1340
11	-3008
12	-964
13	12627
14	37106
15	31470
16	-105744
17	-428109
18	-563483
19	707900
20	4636030
21	8295532
22	-2060508
23	-46884743
24	-109473600
25	-44529725
26	435443102
27	1336158750
28	1229831128
29	-3560833050
30	-15269651180
31	-21155793428
32	22546418481
33	163756109524
34	305352585966
35	-41264000590
36	-1637421932604

N= 26	
$h(z) = (\frac{\eta(26z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(13z)})^2$	
1	1
2	-2
3	1
4	-2
5	4
6	-4
7	5
8	-6
9	9
10	-12
11	13
12	-16
13	21
14	-24
15	25
16	-34
17	42
18	-46
19	54
20	-64
21	78
22	-88
23	98
24	-116
25	139
26	-158
27	178
28	-212
29	242
30	-272
31	312
32	-358
33	412
34	-464
35	524
36	-602

Taula 14 (cont.)

N= 32	
$h(z) = \frac{(\eta(32z)\eta(z))^2\eta(4z)\eta(8z)}{(\eta(2z)\eta(16z))^3}$	
1	1
2	-2
3	2
4	-4
5	6
6	-8
7	12
8	-16
9	21
10	-28
11	38
12	-48
13	62
14	-80
15	100
16	-128
17	162
18	-202
19	250
20	-312
21	384
22	-472
23	580
24	-704
25	855
26	-1036
27	1252
28	-1504
29	1806
30	-2160
31	2576
32	-3072
33	3648
34	-4324
35	5112
36	-6036

N= 35	
$h(z) = \frac{\eta(35z)\eta(z)}{\eta(5z)\eta(7z)}$	
1	1
2	-1
3	-1
4	0
5	0
6	2
7	-1
8	1
9	-1
10	-1
11	3
12	-2
13	0
14	-1
15	2
16	2
17	-5
18	1
19	-2
20	2
21	5
22	-2
23	-2
24	-6
25	4
26	6
27	-4
28	0
29	0
30	0
31	4
32	-5
33	-3
34	-2
35	5
36	16

Taula 14 (cont.)

N= 36	
$h(z) = \frac{(\eta(36z)\eta(z)\eta(6z))^2\eta(4z)\eta(9z)}{\eta(3z)\eta(12z)(\eta(2z)\eta(18z))^3}$	
1	1
2	-2
3	2
4	-3
5	4
6	-6
7	8
8	-10
9	14
10	-18
11	24
12	-30
13	38
14	-48
15	60
16	-75
17	92
18	-114
19	140
20	-172
21	208
22	-252
23	304
24	-366
25	439
26	-524
27	626
28	-744
29	884
30	-1044
31	1232
32	-1450
33	1704
34	-1998
35	2336
36	-2730

N= 39	
$h(z) = \frac{\eta(39z)\eta(z)}{\eta(3z)\eta(13z)}$	
1	1
2	-1
3	-1
4	1
5	-1
6	0
7	2
8	-1
9	-1
10	3
11	-2
12	-1
13	4
14	-2
15	-3
16	4
17	-3
18	-3
19	8
20	-4
21	-5
22	9
23	-4
24	-6
25	13
26	-6
27	-7
28	14
29	-10
30	-9
31	20
32	-9
33	-12
34	24
35	-13
36	-13

N= 50	
$h(z) = \frac{\eta(50z)\eta(z)}{\eta(2z)\eta(25z)}$	
1	1
2	-1
3	0
4	-1
5	1
6	-1
7	1
8	-1
9	2
10	-2
11	2
12	-2
13	3
14	-3
15	3
16	-4
17	5
18	-5
19	5
20	-6
21	7
22	-8
23	8
24	-9
25	11
26	-11
27	11
28	-14
29	15
30	-16
31	17
32	-19
33	22
34	-23
35	24
36	-27

Taula 15

Domini fonamental de $X_0(p)$

Entrades:

Els primers p per a $2 \leq p \leq 7$.

Contingut:

$$\begin{aligned} D &:= \text{un domini fonamental de } \mathbf{SL}_2(\mathbb{Z}), \\ D(\Gamma_0(p)) &:= \text{un domini fonamental de } \Gamma_0(p), \\ z_{k,i} &:= \text{punt el·líptic d'ordre } k,\ 1 \leq i \leq \nu_k,\ k = 2, 3. \end{aligned}$$

Definicions:

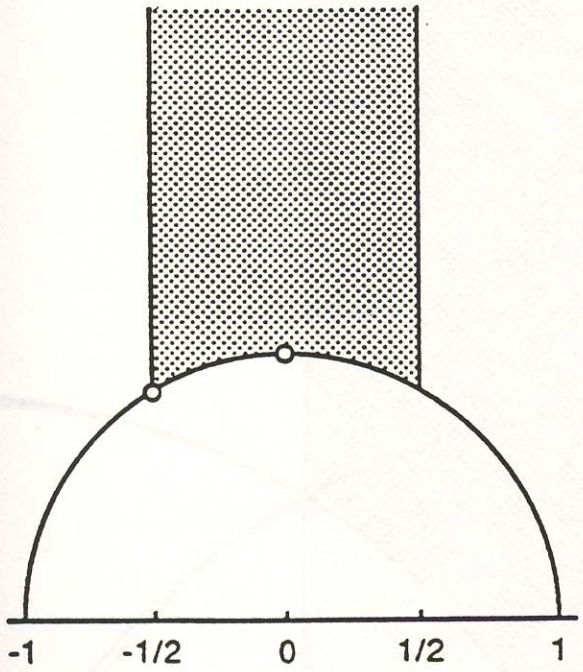
$$T := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad S := \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Fórmules:

$$\begin{aligned} D &= \left\{ z \in \mathbb{H} :\ -\frac{1}{2} \leq \operatorname{Re} z \leq \frac{1}{2},\ |z| \geq 1 \right\}, \\ D(\Gamma_0(p)) &= D \cup \bigcup_{k=0}^{p-1} ST^k(D). \end{aligned}$$

Referències: [**Ap 76**].

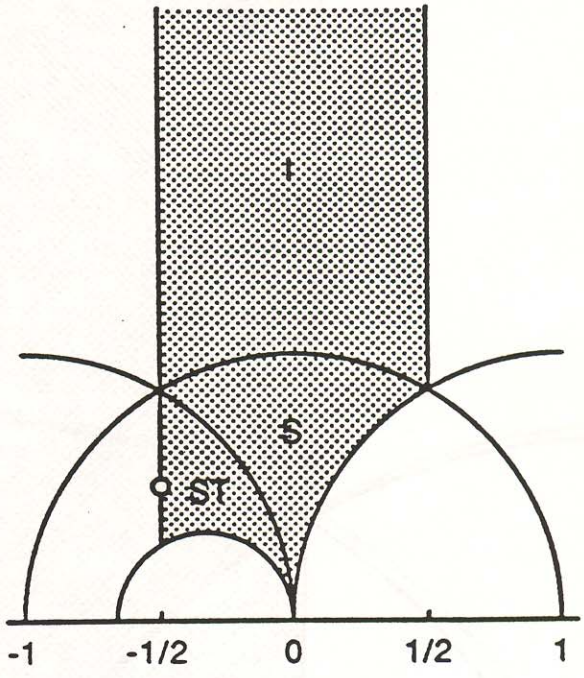
Taula 15



D

$z_{2,1} = i$

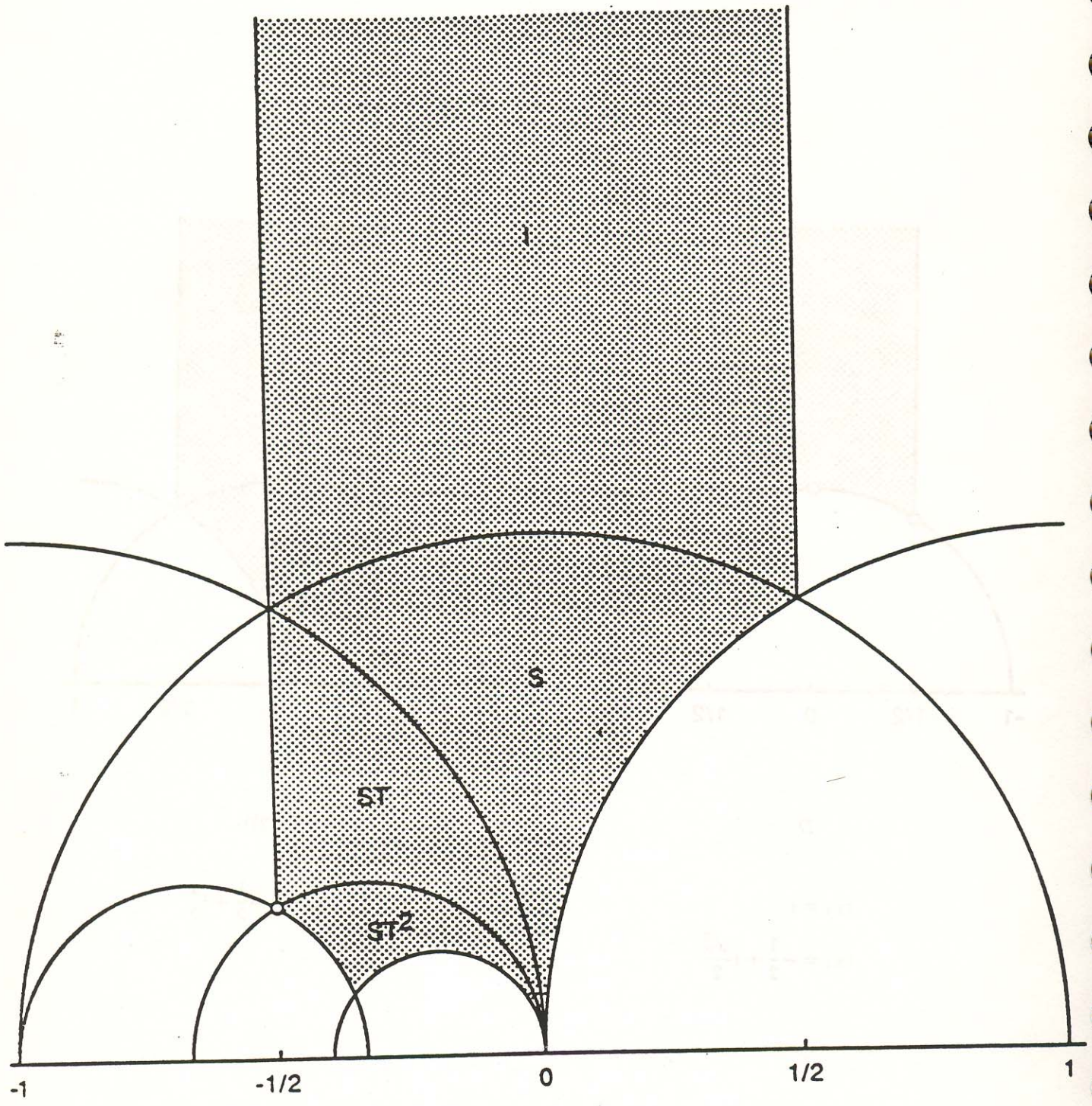
$z_{3,1} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$



$D(\Gamma_0(2))$

$z_{2,1} = -\frac{1}{2} + i\frac{1}{2}$

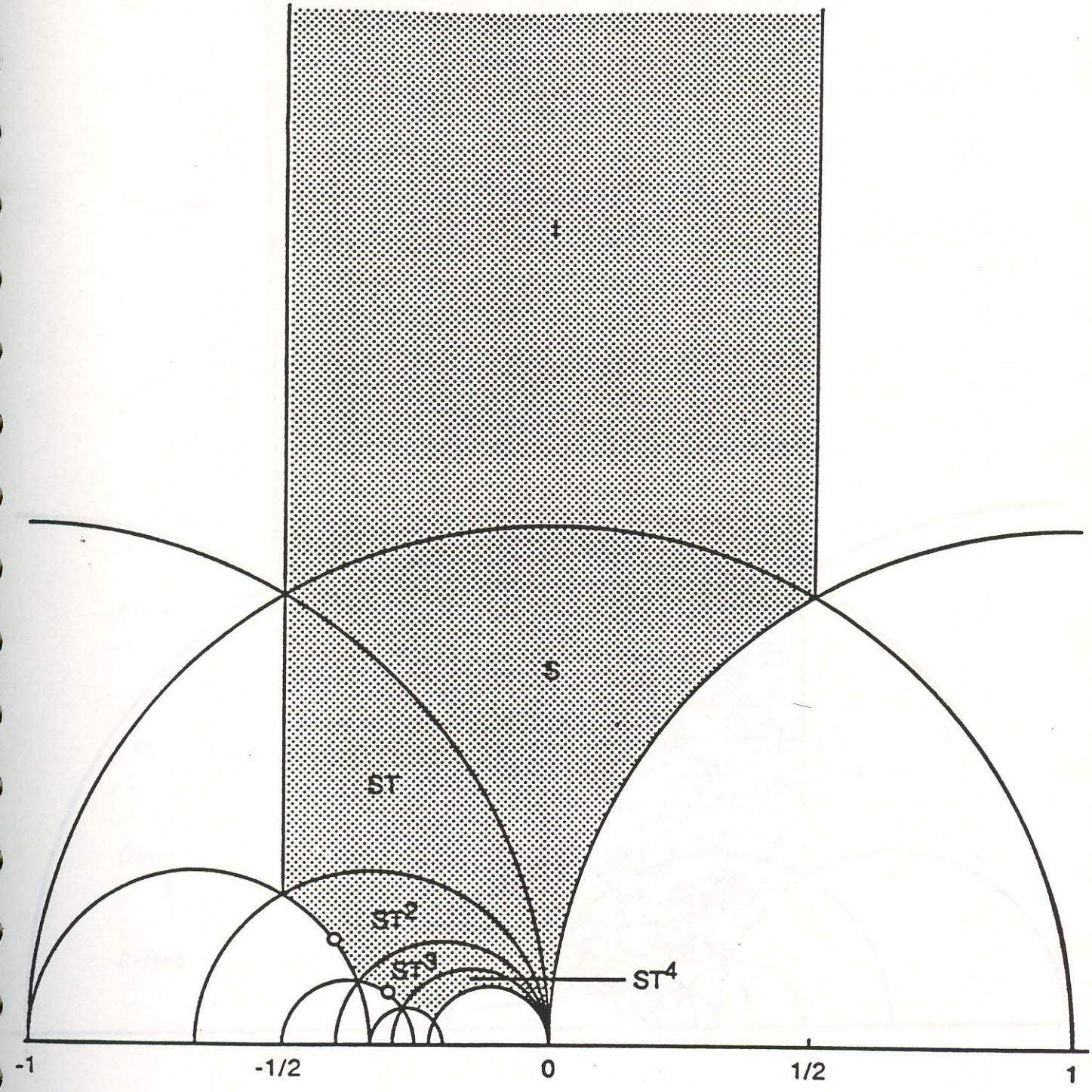
Taula 15 (cont.)



$D(\Gamma_0(3))$

$$z_{3,1} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{6}$$

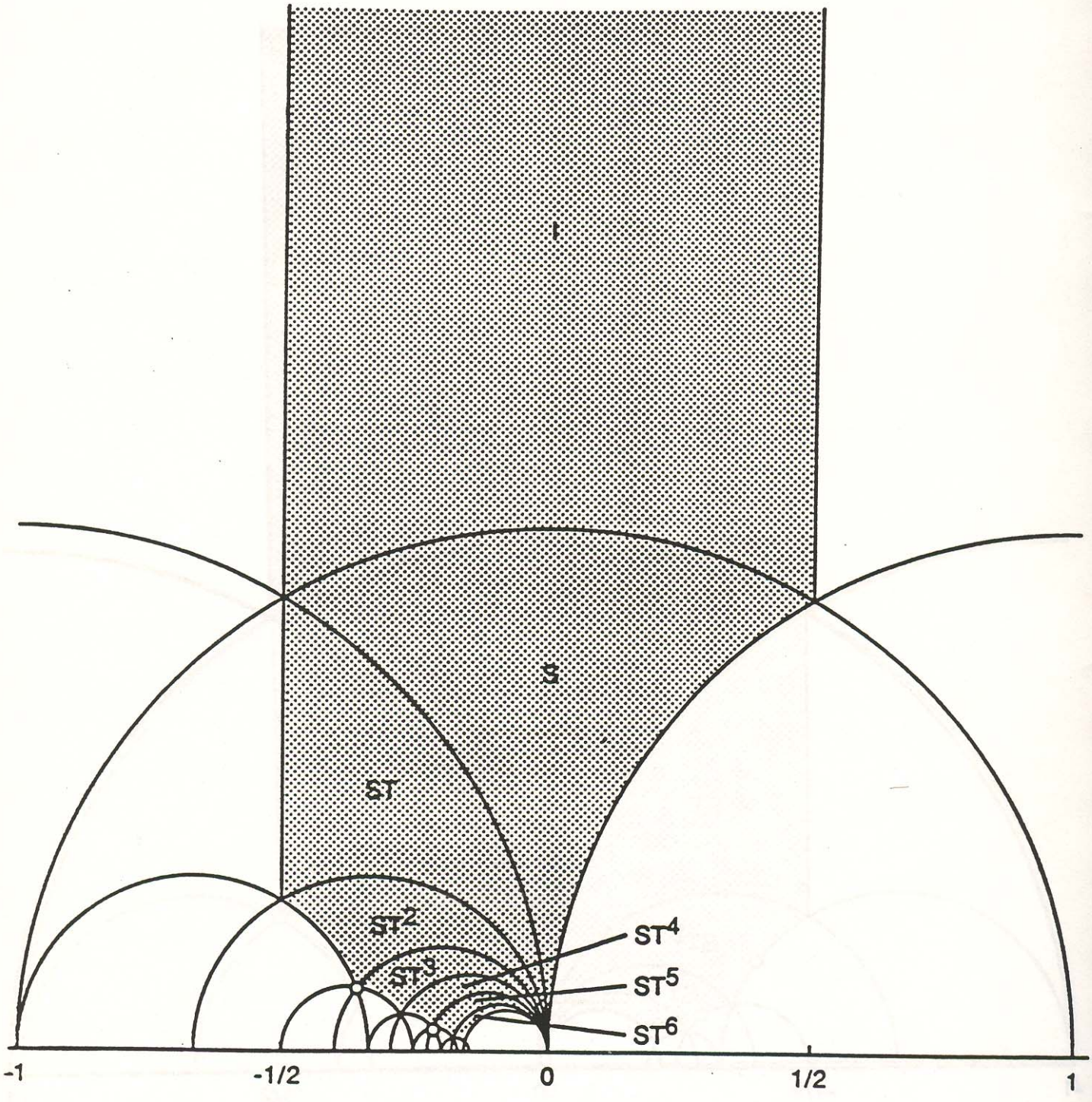
Taula 15 (cont.)



$D(\Gamma_0(5))$

$$z_{2,1} = -\frac{2}{5} + i\frac{1}{5}, \quad z_{2,2} = -\frac{3}{10} + i\frac{1}{10}$$

Taula 15 (cont.)



$D(\Gamma_0(7))$

$$z_{3,1} = -\frac{5}{14} + i\frac{\sqrt{3}}{14}, \quad z_{3,2} = -\frac{3}{14} + i\frac{\sqrt{3}}{42}$$

Taula 16

Sistema minimal de generadors de $\Gamma_0(p)$

Entrades:

Els primers p per a $2 \leq p \leq 137$.

Contingut:

Presentació del grup $\Gamma_0(p)$ per generadors i relacions.

Definicions:

$$V_k := \begin{pmatrix} k' & 1 \\ -(kk'+1) & -k \end{pmatrix}, \quad 1 \leq k, k' \leq p-1, \quad \text{i} \quad kk' \equiv -1 \pmod{p}.$$

Fórmules:

$$V_k V_{k'} = 1, \quad \text{si } 1 \leq k, k' \leq p-1, \quad kk' \equiv -1 \pmod{p},$$

$$V_k V_{k_1} V_{k_2} = 1, \quad \text{si } 2 \leq k \leq p-1, \quad \begin{cases} 2 \leq k_1 \leq p-1, \\ k_1 = k'+1, \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \leq k_2 \leq p-1, \\ k_2' = k-1. \end{cases}$$

Observacions:

El nombre minimal de generadors de $\Gamma_0(p)$ és $2\left[\frac{p}{12}\right] + 3$.

Referències: [**Ra 29**].

Taula 16

p	*Sistema minimal de generadors de* $\Gamma_0(p)$	*Relacions*
2	T, V_1	$V_1^2 = 1$
3	T, V_2	$V_2^3 = 1$
5	T, V_2, V_3	$V_2^2 = V_3^2 = 1$
7	T, V_3, V_5	$V_3^3 = V_5^3 = 1$
11	T, V_4, V_6	
13	T, V_4, V_5, V_8, V_{10}	$V_5^2 = V_8^2 = V_4^3 = V_{10}^3 = 1$
17	T, V_4, V_7, V_9, V_{13}	$V_4^2 = V_{13}^2 = 1$
19	$T, V_5, V_8, V_{12}, V_{13}$	$V_8^3 = V_{12}^3 = 1$
23	$T, V_8, V_{10}, V_{12}, V_{14}$	
29	$T, V_6, V_{12}, V_{13}, V_{15}, V_{17}, V_{22}$	$V_{12}^2 = V_{17}^2 = 1$
31	$T, V_6, V_9, V_{13}, V_{17}, V_{21}, V_{26}$	$V_6^3 = V_{26}^3 = 1$
37	$T, V_6, V_8, V_{11}, V_{16}, V_{20}, V_{27}, V_{28}, V_{31}$	$V_{11}^3 = V_{27}^3 = 1$
41	$T, V_7, V_9, V_{16}, V_{19}, V_{21}, V_{24}, V_{32}, V_{33}$	
43	$T, V_7, V_{13}, V_{15}, V_{18}, V_{24}, V_{27}, V_{29}, V_{37}$	$V_7^3 = V_{37}^3 = 1$
47	$T, V_{13}, V_{16}, V_{19}, V_{22}, V_{24}, V_{27}, V_{30}, V_{33}$	
53	$T, V_{12}, V_{14}, V_{20}, V_{23}, V_{25}, V_{27}, V_{30}, V_{32}, V_{38}, V_{40}$	$V_{23}^2 = V_{30}^2 = 1$
59	$T, V_{12}, V_{15}, V_{20}, V_{26}, V_{28}, V_{30}, V_{32}, V_{38}, V_{43}, V_{46}$	
61	$T, V_9, V_{11}, V_{14}, V_{18}, V_{25}, V_{28}, V_{32}, V_{35}, V_{42}, V_{48}, V_{50}, V_{51}$	$V_{11}^2 = V_{50}^2 = V_{14}^3 = V_{48}^3 = 1$
67	$T, V_{10}, V_{18}, V_{21}, V_{24}, V_{30}, V_{31}, V_{35}, V_{38}, V_{42}, V_{45}, V_{48}, V_{56}$	$V_{30}^3 = V_{28}^3 = 1$
71	$T, V_9, V_{13}, V_{24}, V_{26}, V_{28}, V_{34}, V_{36}, V_{42}, V_{44}, V_{46}, V_{57}, V_{61}$	
73	$T, V_9, V_{11}, V_{17}, V_{22}, V_{25}, V_{27}, V_{33}, V_{39}, V_{46}, V_{47}, V_{50}, V_{55}, V_{61}, V_{65}$	$V_{27}^2 = V_{46}^2 = V_9^3 = V_{65}^3 = 1$
79	$T, V_{12}, V_{20}, V_{24}, V_{25}, V_{30}, V_{34}, V_{36}, V_{42}, V_{44}, V_{48}, V_{53}, V_{56}, V_{58}, V_{66}$	$V_{24}^3 = V_{56}^3 = 1$
83	$T, V_{14}, V_{22}, V_{28}, V_{30}, V_{32}, V_{37}, V_{40}, V_{42}, V_{45}, V_{50}, V_{52}, V_{54}, V_{60}, V_{68}$	
89	$T, V_{10}, V_{18}, V_{21}, V_{31}, V_{34}, V_{36}, V_{39}, V_{43}, V_{45}, V_{49}, V_{52}, V_{55}, V_{57}, V_{67}, V_{70}, V_{78}$	$V_{34}^2 = V_{55}^2 = 1$
97	$T, V_{11}, V_{15}, V_{22}, V_{23}, V_{28}, V_{30}, V_{36}, V_{40}, V_{46}, V_{50}, V_{56}, V_{62}, V_{66}, V_{68}, V_{73}, V_{75}, V_{81}, V_{85}$	$V_{22}^2 = V_{75}^2 = V_{36}^3 = V_{62}^3 = 1$

Taula 16 (cont.)

p	*Sistema minimal de generadors de* $\Gamma_0(p)$	*Relacions*
101	$T, V_{10}, V_{19}, V_{23}, V_{27}, V_{30}, V_{35}, V_{40}, V_{43}, V_{49}, V_{51}, V_{57}, V_{60}, V_{65}, V_{70}, V_{73}, V_{77}, V_{81}, V_{91}$	$V_{10}^2 = V_{91}^2 = 1$
103	$T, V_{16}, V_{21}, V_{27}, V_{29}, V_{33}, V_{35}, V_{39}, V_{43}, V_{47}, V_{57}, V_{59}, V_{63}, V_{67}, V_{69}, V_{73}, V_{75}, V_{81}, V_{86}$	$V_{47}^3 = V_{57}^3 = 1$
107	$T, V_{19}, V_{31}, V_{33}, V_{36}, V_{39}, V_{41}, V_{43}, V_{48}, V_{52}, V_{54}, V_{58}, V_{63}, V_{65}, V_{67}, V_{70}, V_{73}, V_{75}, V_{87}$	
109	$T, V_{11}, V_{17}, V_{26}, V_{28}, V_{30}, V_{33}, V_{42}, V_{46}, V_{48}, V_{50}, V_{58}, V_{60}, V_{64}, V_{66}, V_{76}, V_{78}, V_{80}, V_{82}, V_{91}, V_{97}$	$V_{33}^2 = V_{76}^2 = V_{46}^3 = V_{64}^3 = 1$
113	$T, V_{13}, V_{15}, V_{24}, V_{27}, V_{40}, V_{42}, V_{44}, V_{50}, V_{53}, V_{55}, V_{57}, V_{59}, V_{62}, V_{68}, V_{70}, V_{72}, V_{85}, V_{88}, V_{98}, V_{99}$	$V_{15}^2 = V_{98}^2 = 1$
127	$T, V_{13}, V_{17}, V_{20}, V_{22}, V_{34}, V_{36}, V_{41}, V_{46}, V_{49}, V_{54}, V_{61}, V_{65}, V_{72}, V_{77}, V_{80}, V_{85}, V_{90}, V_{92}, V_{104}, V_{108}, V_{109}, V_{113}$	$V_{20}^3 = V_{108}^3 = 1$
131	$T, V_{12}, V_{25}, V_{27}, V_{37}, V_{39}, V_{44}, V_{52}, V_{54}, V_{59}, V_{61}, V_{64}, V_{66}, V_{69}, V_{71}, V_{76}, V_{78}, V_{86}, V_{91}, V_{93}, V_{103}, V_{105}, V_{118}$	
137	$T, V_{16}, V_{20}, V_{33}, V_{35}, V_{37}, V_{40}, V_{43}, V_{52}, V_{55}, V_{62}, V_{64}, V_{67}, V_{69}, V_{72}, V_{74}, V_{81}, V_{84}, V_{93}, V_{96}, V_{100}, V_{101}, V_{103}, V_{116}, V_{120}$	$V_{37}^2 = V_{100}^2 = 1$

Taula 17

Base de l'homologia de $X_0(p)$

Entrades:

Els primers p per a $11 \leq p \leq 97$, $p \neq 13$.

Contingut:

Les matrius

$$\alpha_i = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \qquad \beta_i = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}.$$

Definicions:

Els costats del domini fonamental $D(\Gamma_0(p))$, un cop reduït, són

$$A_i,\ B_i,\ (\alpha_i A_i)^{-1},\ (\beta_i B_i)^{-1}, \qquad 1 \leq i \leq g.$$

Referències: **[Mas 67]**, **[Sh 59]**.

Taula 17

$p = 11$	
α_1	$a_1 = 5$, $a_2 = 1$, $a_3 = -11$, $a_4 = -2$
β_1	$b_1 = 7$, $b_2 = 1$, $b_3 = -22$, $b_4 = -3$
$p = 17$	
α_1	$a_1 = 8$, $a_2 = 1$, $a_3 = -17$, $a_4 = -2$
β_1	$b_1 = 10$, $b_2 = 1$, $b_3 = -51$, $b_4 = -5$
$p = 19$	
α_1	$a_1 = 6$, $a_2 = 1$, $a_3 = -19$, $a_4 = -3$
β_1	$b_1 = 14$, $b_2 = 1$, $b_3 = -57$, $b_4 = -4$
$p = 23$	
α_1	$a_1 = 9$, $a_2 = 1$, $a_3 = -46$, $a_4 = -5$
β_1	$b_1 = 13$, $b_2 = 1$, $b_3 = -92$, $b_4 = -7$
α_2	$a_1 = 359$, $a_2 = 48$, $a_3 = -3059$, $a_4 = -409$
β_2	$b_1 = -491$, $b_2 = -59$, $b_3 = 4186$, $b_4 = 503$
$p = 29$	
α_1	$a_1 = 7$, $a_2 = 1$, $a_3 = -29$, $a_4 = -4$
β_1	$b_1 = 16$, $b_2 = 1$, $b_3 = -145$, $b_4 = -9$
α_2	$a_1 = 1394$, $a_2 = 147$, $a_3 = -9483$, $a_4 = -1000$
β_2	$b_1 = 239$, $b_2 = 39$, $b_3 = -1624$, $b_4 = -265$
$p = 31$	
α_1	$a_1 = 10$, $a_2 = 1$, $a_3 = -31$, $a_4 = -3$
β_1	$b_1 = 22$, $b_2 = 1$, $b_3 = -155$, $b_4 = -7$
α_2	$a_1 = 634$, $a_2 = 89$, $a_3 = -4495$, $a_4 = -631$
β_2	$b_1 = 297$, $b_2 = 41$, $b_3 = -2108$, $b_4 = -291$
$p = 37$	
α_1	$a_1 = 9$, $a_2 = 1$, $a_3 = -37$, $a_4 = -4$
β_1	$b_1 = 17$, $b_2 = 1$, $b_3 = -222$, $b_4 = -13$
α_2	$a_1 = -351$, $a_2 = -25$, $a_3 = 3145$, $a_4 = 224$
β_2	$b_1 = 991$, $b_2 = 114$, $b_3 = -8806$, $b_4 = -1013$
$p = 41$	
α_1	$a_1 = 8$, $a_2 = 1$, $a_3 = -41$, $a_4 = -5$
β_1	$b_1 = 22$, $b_2 = 1$, $b_3 = -287$, $b_4 = -13$
α_2	$a_1 = 5450$, $a_2 = 413$, $a_3 = -42927$, $a_4 = -3253$
β_2	$b_1 = 4451$, $b_2 = 330$, $b_3 = -35055$, $b_4 = -2599$
α_3	$a_1 = -16845$, $a_2 = -2138$, $a_3 = 222302$, $a_4 = 28215$
β_3	$b_1 = 534448$, $b_2 = 67877$, $b_3 = -7056797$, $b_4 = -896241$

Taula 17 (cont.)

$p = 43$	
α_1	$a_1 = 14$, $a_2 = 1$, $a_3 = -43$, $a_4 = -3$
β_1	$b_1 = 25$, $b_2 = 1$, $b_3 = -301$, $b_4 = -12$
α_2	$a_1 = 1865$, $a_2 = 154$, $a_3 = -22489$, $a_4 = -1857$
β_2	$b_1 = 10693$, $b_2 = 879$, $b_3 = -148522$, $b_4 = -12209$
α_3	$a_1 = 153940177$, $a_2 = 12711418$
	$a_3 = -1864271966$, $a_4 = -153939931$
β_3	$b_1 = -42818349$, $b_2 = -3535664$, $b_3 = 518545901$, $b_4 = 42818187$
$p = 47$	
α_1	$a_1 = 14$, $a_2 = 1$, $a_3 = -141$, $a_4 = -10$
β_1	$b_1 = 17$, $b_2 = 1$, $b_3 = -188$, $b_4 = -11$
α_2	$a_1 = -226$, $a_2 = -15$, $a_3 = 3149$, $a_4 = 209$
β_2	$b_1 = -403$, $b_2 = -29$, $b_3 = 5781$, $b_4 = 416$
α_3	$a_1 = -865$, $a_2 = -59$, $a_3 = 13019$, $a_4 = 888$
β_3	$b_1 = 18760$, $b_2 = 1247$, $b_3 = -282423$, $b_4 = -18773$
α_4	$a_1 = -176123$, $a_2 = -11699$, $a_3 = 2566482$, $a_4 = 170479$
β_4	$b_1 = 1765213$, $b_2 = 121045$, $b_3 = -25742229$, $b_4 = -1765208$
$p = 53$	
α_1	$a_1 = 13$, $a_2 = 1$, $a_3 = -53$, $a_4 = -4$
β_1	$b_1 = 15$, $b_2 = 1$, $b_3 = -106$, $b_4 = -7$
α_2	$a_1 = -45$, $a_2 = -22$, $a_3 = 583$, $a_4 = 285$
β_2	$b_1 = 88$, $b_2 = 17$, $b_3 = -1113$, $b_4 = -215$
α_3	$a_1 = 11594477$, $a_2 = 916780$, $a_3 = -23793820$, $a_4 = -1881387$
β_3	$b_1 = 22907367$, $b_2 = 1811294$, $b_3 = -47009834$, $b_4 = -3717085$
α_4	$a_1 = -272172979380$, $a_2 = -132627060581$
	$a_3 = 3442159768001$, $a_4 = 1677328635341$
β_4	$b_1 = 25127238933173$, $b_2 = 1986820966617$
	$b_3 = -317783091965051$, $b_4 = -25127237880442$
$p = 59$	
α_1	$a_1 = 13$, $a_2 = 1$, $a_3 = -118$, $a_4 = -9$
β_1	$b_1 = 16$, $b_2 = 1$, $b_3 = -177$, $b_4 = -11$
α_2	$a_1 = 128$, $a_2 = 9$, $a_3 = -1593$, $a_4 = -112$
β_2	$b_1 = 553$, $b_2 = 29$, $b_3 = -6903$, $b_4 = -362$
α_3	$a_1 = 7054$, $a_2 = 565$, $a_3 = -87969$, $a_4 = -7046$
β_3	$b_1 = -1147$, $b_2 = -92$, $b_3 = 15871$, $b_4 = 1273$

Taula 17 (cont.)

$p = 59$ (cont.)	
α_4	$a_1 = -84009$, $a_2 = -6055$, $a_3 = 1048843$, $a_4 = 75596$
β_4	$b_1 = -4167308$, $b_2 = -333791$, $b_3 = 52028383$, $b_4 = 4167344$
α_5	$a_1 = -5970222$, $a_2 = -478199$, $a_3 = 74537591$, $a_4 = 5970264$
β_5	$b_1 = 2903499$, $b_2 = 232561$, $b_3 = -40284964$, $b_4 = -3226697$
$p = 61$	
α_1	$a_1 = 10$, $a_2 = 1$, $a_3 = -61$, $a_4 = -6$
β_1	$b_1 = 19$, $b_2 = 1$, $b_3 = -305$, $b_4 = -16$
α_2	$a_1 = -630$, $a_2 = -37$, $a_3 = 6283$, $a_4 = 369$
β_2	$b_1 = 721$, $b_2 = 79$, $b_3 = -7137$, $b_4 = -782$
α_3	$a_1 = 65942333$, $a_2 = 6661696$, $a_3 = -652745201$, $a_4 = -65942315$
β_3	$b_1 = -20097355$, $b_2 = -2030298$, $b_3 = 198934542$, $b_4 = 20096993$
α_4	$a_1 = 17797071025$, $a_2 = 1797949891$
	$a_3 = -176168408761$, $a_4 = -17797421322$
β_4	$b_1 = 120331337403$, $b_2 = 7063007818$
	$b_3 = -1191127472863$, $b_4 = -69914810511$
$p = 67$	
α_1	$a_1 = 11$, $a_2 = 1$, $a_3 = -67$, $a_4 = -6$
β_1	$b_1 = 19$, $b_2 = 1$, $b_3 = -134$, $b_4 = -7$
α_2	$a_1 = 32$, $a_2 = 1$, $a_3 = -737$, $a_4 = -23$
β_2	$b_1 = 43$, $b_2 = 1$, $b_3 = -603$, $b_4 = -14$
α_3	$a_1 = -26757$, $a_2 = -1892$, $a_3 = 859208$, $a_4 = 60755$
β_3	$b_1 = -2264$, $b_2 = -55$, $b_3 = 72695$, $b_4 = 1766$
α_4	$a_1 = -1401972507$, $a_2 = -43659622$
	$a_3 = 19827105985$, $a_4 = 617447167$
β_4	$b_1 = -1455765935$, $b_2 = -45334771$
	$b_3 = 20587868406$, $b_4 = 641137615$
α_5	$a_1 = -10154340261933457$, $a_2 = -718012233906908$
	$a_3 = 326070264902253475$, $a_4 = 23056390988862307$
β_5	$b_1 = -1735688991655847135255$, $b_2 = -54052081735968950803$
	$b_3 = 55735434769583467776687$, $b_4 = 173568899165584713533 2$
$p = 71$	
α_1	$a_1 = 10$, $a_2 = 1$, $a_3 = -71$, $a_4 = -7$
β_1	$b_1 = 25$, $b_2 = 1$, $b_3 = -426$, $b_4 = -17$
α_2	$a_1 = 37958$, $a_2 = 2221$, $a_3 = -375803$, $a_4 = -21989$
β_2	$b_1 = 3421$, $b_2 = 379$, $b_3 = -33867$, $b_4 = -3752$

Taula 17 (cont.)

$p = 71$ (cont.)	
α_3	$a_1 = -3537263488$, $a_2 = -357308883$
	$a_3 = 60454535643$, $a_4 = 6106681811$
β_3	$b_1 = 5999385628$, $b_2 = 351030873$
	$b_3 = -102534084201$, $b_4 = -5999385824$
α_4	$a_1 = -1963056904075$, $a_2 = -198293870977$
	$a_3 = 19433744411988$, $a_4 = 1963056903257$
β_4	$b_1 = -11892431785987$, $b_2 = -1201287812701$
	$b_3 = 117731930891114$, $b_4 = 11892431782699$
α_5	$a_1 = -39242636292082210$, $a_2 = -3964008503670177$
	$a_3 = 388491725574738943$, $a_4 = 39242636308164671$
β_5	$b_1 = -51830843650822376$, $b_2 = -5235578554280603$
	$b_3 = 513111650757399675$, $b_4 = 51830843672063899$
α_6	$a_1 = -26020579587633539$, $a_2 = -2628411555886649$
	$a_3 = 257596859320875673$, $a_4 = 26020579576977584$
β_6	$b_1 = -4193805548382052006048875$
	$b_2 = -423628033702382455599842$
	$b_3 = 41517566287382186937042428$
	$b_4 = 41938055466631585213418 1$
$p = 73$	
α_1	$a_1 = 12$, $a_2 = 1$, $a_3 = -73$, $a_4 = -6$
β_1	$b_1 = 23$, $b_2 = 1$, $b_3 = -438$, $b_4 = -19$
α_2	$a_1 = 24055$, $a_2 = 1253$, $a_3 = -286817$, $a_4 = -14940$
β_2	$b_1 = 17217$, $b_2 = 1465$, $b_3 = -205276$, $b_4 = -17467$
α_3	$a_1 = 1771355300$, $a_2 = 148567901$
	$a_3 = -34008520001$, $a_4 = -2852377743$
β_3	$b_1 = 6195883$, $b_2 = 322766$, $b_3 = -118955690$, $b_4 = -6196833$
α_4	$a_1 = 5482722885123936455284$, $a_2 = 285571119108710986627$
	$a_3 = -65369774868239353479747$, $a_4 = -3404826425872811614202$
β_4	$b_1 = 585085298415653573$, $b_2 = 49072534850225531$
	$b_3 = -6975894101801452937$, $b_4 = -585085298415653802$
α_5	$a_1 = -343187449626779122519702004712215521 70$
	$a_2 = -287839706920920965219290509443723280 9$
	$a_3 = 65889074841625472864654552849066977348 9$
	$a_4 = 55262778438807496407458874306417493180$
β_5	$b_1 = -41850723960362277539681 8$, $b_2 = -351012256779190292935 47$
	$b_3 = 80349834651568467724976 13$, $b_4 = 67391371340658856291929 5$

Taula 17 (cont.)

$p = 79$	
α_1	$a_1 = 13$, $a_2 = 1$, $a_3 = -79$, $a_4 = -6$
β_1	$b_1 = 21$, $b_2 = 1$, $b_3 = -316$, $b_4 = -15$
α_2	$a_1 = -913$, $a_2 = -48$, $a_3 = 11850$, $a_4 = 623$
β_2	$b_1 = 12725$, $b_2 = 994$, $b_3 = -164004$, $b_4 = -12811$
α_3	$a_1 = -130121$, $a_2 = -10096$, $a_3 = 2475070$, $a_4 = 192039$
β_3	$b_1 = 189379$, $b_2 = 9957$, $b_3 = -3603032$, $b_4 = -189437$
α_4	$a_1 = -1410475438$, $a_2 = -74136013$
	$a_3 = 18178728315$, $a_4 = 955492313$
β_4	$b_1 = -2861800039$, $b_2 = -150418385$
	$b_3 = 36883935777$, $b_4 = 1938647696$
α_5	$a_1 = 568223477450106$, $a_2 = 44088081590827$
	$a_3 = -10810741303182319$, $a_4 = -838798225604602$
β_5	$b_1 = -2336447424332882979$, $b_2 = -181283401275236735$
	$b_3 = 44452103222311190633$, $b_4 = 3449009116171050226$
α_6	$a_1 = -10444315180110503963653510797456281903395$
	$a_2 = -54896375047653499743745558529439207936 7$
	$a_3 = 13461019116926375682236827961468038724 2168$
	$a_4 = 70752475506834083199331001829908664229 89$
β_6	$b_1 = -18651544300968303824015440698579801 1$
	$b_2 = -14471609139174417049305524324846516$
	$b_3 = 24038799104191448728308490235112843 47$
	$b_4 = 18651544300968922844657898993016064 1$
$p = 83$	
α_1	$a_1 = 15$, $a_2 = 1$, $a_3 = -166$, $a_4 = -11$
β_1	$b_1 = 29$, $b_2 = 1$, $b_3 = -581$, $b_4 = -20$
α_2	$a_1 = 12280$, $a_2 = 609$, $a_3 = -182849$, $a_4 = -9068$
β_2	$b_1 = 5848$, $b_2 = 403$, $b_3 = -87067$, $b_4 = -6000$
α_3	$a_1 = -1448459327$, $a_2 = -97288188$
	$a_3 = 29209378011$, $a_4 = 1961896621$
β_3	$b_1 = 62823242$, $b_2 = 4219297$, $b_3 = -1266882535$, $b_4 = -85085607$
α_4	$a_1 = -8123007080654$, $a_2 = -402810541227$
	$a_3 = 120938066563643$, $a_4 = 5997179069740$
β_4	$b_1 = 746081658046068999$, $b_2 = 36997327896992261$
	$b_3 = -11107915126310115368$, $b_4 = -550828684431589953$

Taula 17 (cont.)

$p = 83$ (cont.)	
α_5	$a_1 = 7930269879214195521071069728400241821 7$
	$a_2 = 5326498116845391022540699262499877096$
	$a_3 = -1599204384873643024593820603423806447805$
	$a_4 = -1074132315068753937902395057423431382 87$
β_5	$b_1 = 1042467793439837137032954837099241644 7$
	$b_2 = 5169477410493734800954943938172019 86$
	$b_3 = -2102222360336281872587689849879868342 94$
	$b_4 = -1042467793439837137032954882061293038 9$
α_6	$a_1 = -5152279027502090892455542249953888466849 91$
	$a_2 = -2554955674682895758721773469573574783672 1$
	$a_3 = 7670886628475048993018262261625514782415654$
	$a_4 = 3803904100817552001646744146183457842471 63$
β_6	$b_1 = -6407980356516437858187355149925901615901 61$
	$b_2 = -4304026952629913182411086994971794861583 5$
	$b_3 = 9540417079500411909341613798563315243339325$
	$b_4 = 640798035651643785818735514841134067441934$
α_7	$a_1 = 1789147424697811498292257991795586620350122680531732743$
	$07034294158056590938038002064347297219697165880 2$
	$a_2 = 1201710727826577278870774082036008135349641127988331311$
	$38113751363016179042742492967037055793895460313$
	$a_3 = -3607963474561652089252833346893246556529537961870189 21$
	$96856323027610681202488252050906796385522070878467$
	$a_4 = -2423348882901305764450618641820362577848675872672724 19$
	$99691599568199942319882573170305822338566914910 85$
β_7	$b_1 = -3349869031338498755079018671988230355940767720445606 53$
	$13322032386082573327659922214313140736344844541083$
	$b_2 = -2249995442635713209721210400523096434328895368061840 97$
	$80642364654119744356813264641183557863982837823 97$
	$b_3 = 6755287430646413034278819114684305544388132842956253018$
	$35202129012837950237787965078589478612178837825055$
	$b_4 = 4537301545360886370539285984521087640359322900689700577$
	$70689276349449307889940172860986691552756013329 98$

Taula 17 (cont.)

$p = 89$	
α_1	$a_1 = 11$, $a_2 = 1$, $a_3 = -89$, $a_4 = -8$
β_1	$b_1 = 19$, $b_2 = 1$, $b_3 = -267$, $b_4 = -14$
α_2	$a_1 = 4987$, $a_2 = 293$, $a_3 = -54023$, $a_4 = -3174$
β_2	$b_1 = 3656$, $b_2 = 365$, $b_3 = -39605$, $b_4 = -3954$
α_3	$a_1 = 108826783$, $a_2 = 10045973$
	$a_3 = -1839977367$, $a_4 = -169851230$
β_3	$b_1 = -1470837$, $b_2 = -86422$, $b_3 = 24868024$, $b_4 = 1461171$
α_4	$a_1 = 25973386375$, $a_2 = 1536214354$
	$a_3 = -281366481994$, $a_4 = -16641620085$
β_4	$b_1 = -3324007196490$, $b_2 = -196600412363$
	$b_3 = 36008558818547$, $b_4 = 2129747949944$
α_5	$a_1 = 19393081853731383928$, $a_2 = 1790206155396582997$
	$a_3 = -327886538818764668293$, $a_4 = -30267726630158715915$
β_5	$b_1 = -180661914421793913893064$, $b_2 = -10685377041876792111053$
	$b_3 = 305452275523470207545541$, $b_4 = 180661914421835566623448$
α_6	$a_1 = 64044522415483722680277046337007774 09$
	$a_2 = 37879586943736113803144355166244 1911$
	$a_3 = -69378638976440473536886182571955051417$
	$a_4 = -41034488009716025099578244755299642 54$
β_6	$b_1 = -39874956921472950925170170775631386407625$
	$b_2 = -36809205398810571508338644453857042374 89$
	$b_3 = 43196047626192501442826397329901144083465 9$
	$b_4 = 39874956921472950925170170775631386407650$
α_7	$a_1 = 14865873760166895997891113965704043745530698625216526 35$
	$35847389735816810290020060$
	$a_2 = 13722923933144114498009194175353945219937059581784332 50$
	$88112034786277507376538 79$
	$a_3 = -16104017170820662955351575357767559501783320243094663 7$
	$70806360220683776517591300 39$
	$a_4 = -14865873760166895997891113965704043745530698793232565 0$
	$46576636641308071487350018 8$
β_7	$b_1 = 11911745441717623394560527628520872358833688243897 58$
	$b_2 = 10995921211551571165804642383572300462373714289478 9$
	$b_3 = -12903846502575962229650394036140805148414065996175067$
	$b_4 = -11911745441717623394560527628520872358833753583953 89$

Taula 17 (cont.)

$p = 97$	
α_1	$a_1 = 12$, $a_2 = 1$, $a_3 = -97$, $a_4 = -8$
β_1	$b_1 = 16$, $b_2 = 1$, $b_3 = -97$, $b_4 = -6$
α_2	$a_1 = 86$, $a_2 = 1$, $a_3 = -4559$, $a_4 = -53$
β_2	$b_1 = -3173$, $b_2 = -61$, $b_3 = 38024$, $b_4 = 731$
α_3	$a_1 = 215562$, $a_2 = 18131$, $a_3 = -18543587$, $a_4 = -1559708$
β_3	$b_1 = 1362952$, $b_2 = 113781$, $b_3 = -117247101$, $b_4 = -9787940$
α_4	$a_1 = 198715877$, $a_2 = 16714092$
	$a_3 = -2362263407$, $a_4 = -198691159$
β_4	$b_1 = -2231523379309$, $b_2 = -187693110931$
	$b_3 = 26527553567251$, $b_4 = 2231228720520$
α_5	$a_1 = -1550764932749$, $a_2 = -130435630363$
	$a_3 = 18437233253528$, $a_4 = 1550765103587$
β_5	$b_1 = 141379282577285345$, $b_2 = 11891483113967287$
	$b_3 = -1680875518298656988$, $b_4 = -141379291775674019$
α_6	$a_1 = -379963575150088577042210$, $a_2 = -31958926806544880622639$
	$a_3 = 4517432716359713048902509$, $a_4 = 379963530658440362352625$
β_6	$b_1 = 33020838261091128175001 7846$
	$b_2 = 27773992616532050339114735$
	$b_3 = -39258872386215588096965 13659$
	$b_4 = -33020834394532290034771 9134$
α_7	$a_1 = 123672490278812797946697246561571218558328001 43$
	$a_2 = 104021563805202880119413105723860070604429037 4$
	$a_3 = -147035730700534576467124535897783760885652801634$
	$a_4 = -123672504760184001623344275245673214337028928 05$
β_7	$b_1 = -25352836801260981709584307491353995493933296581666569 75$ 149113274
	$b_2 = -21324398143946358413213697500872027922014135346480544 7$ 56982537
	$b_3 = 30142296609381391955446157219682403302465548058293778 07$ 948476329
	$b_4 = 25352836801260981709584307491353995493933296581665697 51$ 49117528

Taula 18

Polinomis modulars

Entrades:

Els enters N per a $1 \leq N \leq 13$, $N \neq 12$.

Contingut:

$$\Phi_N(X, j) := N\text{-èsim polinomi modular.}$$

Referències: [**La 73**].

Taula 18

Φ_2

Monomis en X^2	
X^3	1
X^2j^0	-162000
X^2j^1	1488
X^2j^2	-1

Monomis en X^1	
X^1j^0	8748000000
X^1j^1	40773375
X^1j^2	1488

Monomis en X^0	
X^0j^0	-157464000000000
X^0j^1	8748000000
X^0j^2	-162000
X^0j^3	1

Taula 18 (cont.)

Φ_3

Monomis en X^3	
X^4	1
X^3j^0	36864000
X^3j^1	-1069956
X^3j^2	2232
X^3j^3	-1

Monomis en X^2	
X^2j^0	452984832000000
X^2j^1	8900222976000
X^2j^2	2587918086
X^2j^3	2232

Monomis en X^1	
X^1j^0	1855425871872000000000
X^1j^1	-770845966336000000
X^1j^2	8900222976000
X^1j^3	-1069956

Monomis en X^0	
X^0j^1	1855425871872000000000
X^0j^2	452984832000000
X^0j^3	36864000
X^0j^4	1

Taula 18 (cont.)

Φ_4

Monomis en X^5	
X^6	1
X^5j^0	−8507430000
X^5j^1	561444609
X^5j^2	−2533680
X^5j^3	2976
X^5j^4	−1

Monomis en X^4	
X^4j^0	24125474716854750000
X^4j^1	1194227244109980000
X^4j^2	1425220456750080
X^4j^3	80967606480
X^4j^4	7440
X^4j^5	−1

Monomis en X^3	
X^3j^0	−228051803515480321950000000000
X^3j^1	12519806366846423598750000
X^3j^2	−914362550706103200000
X^3j^3	2729942049541120
X^3j^4	80967606480
X^3j^5	2976

Monomis en X^2	
X^2j^0	158010236947953767724187500000000
X^2j^1	188656639464998455284287109375
X^2j^2	26402314839969410496000000
X^2j^3	−914362550706103200000
X^2j^4	1425220456750080
X^2j^5	−2533680

Monomis en X^1	
X^1j^0	−364936327796757658404375000000000000
X^1j^1	−94266583063223403127324218750000
X^1j^2	188656639464998455284287109375
X^1j^3	12519806366846423598750000
X^1j^4	1194227244109980000
X^1j^5	561444609

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	28094937472219537210964062500000000000
X^0j^1	−364936327796757658404375000000000000
X^0j^2	158010236947953767724187500000000
X^0j^3	−228051803515480321950000000000
X^0j^4	24125474716854750000
X^0j^5	−8507430000
X^0j^6	1

Taula 18 (cont.)

Φ_5

Monomis en X^5	
X^6	1
X^5j^0	1963211489280
X^5j^1	−246683410950
X^5j^2	2028551200
X^5j^3	−4550940
X^5j^4	3720
X^5j^5	−1

Monomis en X^4	
X^4j^0	1284733132841424456253440
X^4j^1	128541798906828816384000
X^4j^2	383083609779811215375
X^4j^3	107878928185336800
X^4j^4	1665999364600
X^4j^5	3720

Monomis en X^3	
X^3j^0	280244777828439527804321565297868800
X^3j^1	−192457934618928299655108231168000
X^3j^2	26898488858380731577417728000
X^3j^3	−441206965512914835246100
X^3j^4	107878928185336800
X^3j^5	−4550940

Monomis en X^2	
X^2j^0	669250004262799770848714941501506846720 0
X^2j^1	365547365839496292957064723326566400 00
X^2j^2	511094177755241808311076519936000 0
X^2j^3	26898488858380731577417728000
X^2j^4	383083609779811215375
X^2j^5	2028551200

Monomis en X^1	
X^1j^0	532743308034244254504201602733565091512320 00
X^1j^1	−264073457076620596259715790247978782949376
X^1j^2	365547365839496292957064723326566400 00
X^1j^3	−192457934618928299655108231168000
X^1j^4	128541798906828816384000
X^1j^5	−246683410950

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	14135994715472135869775347469107136275100467200
X^0j^1	532743308034244254504201602733565091512320000
X^0j^2	669250004262799770848714941501506846720
X^0j^3	28024477782843952780432156529786880
X^0j^4	1284733132841424456253440
X^0j^5	1963211489280
X^0j^6	1

Taula 18 (cont.)

Φ_6

Monomis en X^{11}	
X^{12}	1
$X^{11}j^0$	−453039686280000
$X^{11}j^1$	96687754014528
$X^{11}j^2$	−1304194222980
$X^{11}j^3$	4850017536
$X^{11}j^4$	−7121736
$X^{11}j^5$	4464
$X^{11}j^6$	−1

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^0$	6841498580669695484973600000
$X^{10}j^1$	120903871781911641201321975 00
$X^{10}j^2$	71613201503725451570700216
$X^{10}j^3$	53263835122054576937535
$X^{10}j^4$	5150977218933696774
$X^{10}j^5$	25512103267200
$X^{10}j^6$	8184

Monomis en X^9	
X^9j^0	−3443855973739579167786917857326240000000000
X^9j^1	283812405905870945100739624282239900000 0
X^9j^2	−591188558932690854867280753536880000
X^9j^3	26190183002406119746443553783680
X^9j^4	−113647757443645217294685600
X^9j^5	5056092038186441316
X^9j^6	−25587161604
X^9j^7	18155340
X^9j^8	−6696
X^9j^9	1

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	573241901257818560012803903569301488000000000000
X^8j^1	46513174487873364905896633110129054000000000000
X^8j^2	145070343208543535810513790550641983334375 0
X^8j^3	32110949830720236975102577813380675000
X^8j^4	26704053247732785202072793022720
X^8j^5	41795518395289086441977640
X^8j^6	−41794150835034123580656
X^8j^7	−5094034186182686310
X^8j^8	−25512094964159
X^8j^9	−6696

Monomis en X^7	
X^7j^0	−3276287196376406735925942642197476992000000000000000000
X^7j^1	14840025414248403281693379658193497080000000000000000
X^7j^2	−837459551582822835201795008958799350693750000000
X^7j^3	11740867875542844748730860307041376754000000
X^7j^4	−41863724541807571440885096218648128950 00
X^7j^5	64976670771804422711167181982265180 8
X^7j^6	−26443912396475901348534204684720
X^7j^7	11365146266530247904713256 0
X^7j^8	−5094034186182686310
X^7j^9	18155340

Monomis en X^6	
X^6j^0	701371454716940040404797974285085155072000000000000000000
X^6j^1	−1562519533763357349996605949462215928240000000000000000
X^6j^2	−3239608297583257815220116582730664028528375000000000
X^6j^3	82724068027756165379704385253377678240283984375 00
X^6j^4	−14539268774718498068933993028370751972040000 00
X^6j^5	−13780933174823771642360894929853503408800 00
X^6j^6	−32090945684614270846121407306015752156
X^6j^7	−26443912396475901348534204684720
X^6j^8	−41794150835034123580656
X^6j^9	−25587161604
X^6j^{10}	8184
X^6j^{11}	−1

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	$-380497749271842348587651604978256611840000000000000000000000000$
X^5j^1	427087099244501549005503526958605839762240000000000000000000
X^5j^2	$-2366298370425691184825653499994893917106850000000000000000$
X^5j^3	44586434831673943023310109496191044064998570312500000
X^5j^4	$-311134535843611379111123673185810178326032500000000$
X^5j^5	739168019019506443518813630359812061781742500000
X^5j^6	$-13780933174823771642360894929853503408800000$
X^5j^7	64976670771804422711167181982265180 8
X^5j^8	41795518395289086441977640
X^5j^9	5056092038186441316
X^5j^{10}	25512103267200
X^5j^{11}	4464

Monomis en X^4	
X^4j^0	27585029025617312796714850374073234296576000000000000000000000000
X^4j^1	$-70751088118941329621591503228787462800704000000000000000000000$
X^4j^2	24337109412768634012894483992643566216039945000000000000000000
X^4j^3	$-29567121712061677893556736234280451442597179687500000000000$
X^4j^4	160594707731996966029636247044555680655346891821289062 5
X^4j^5	$-311134535843611379111123673185810178326032500000000$
X^4j^6	$-14539268774718498068933993028370751972040000 0$
X^4j^7	$-41863724541807571440885096218648128950 00$
X^4j^8	26704053247732785202072793022720
X^4j^9	$-11364775744364521729468560 0$
X^4j^{10}	5150977218933696774
X^4j^{11}	-7121736

Monomis en X^3	
X^3j^0	$-787840004587248754940462977688221267660800000000000000000000000000000$
X^3j^1	16663697859866572893147494999393508325516800000000000000000000000000000
X^3j^2	$-43741777638742492246435526968075995949513500000000000000000000000000$
X^3j^3	59322452661092958385833450858605257468793434375000000000000000
X^3j^4	$-29567121712061677893556736234280451442597179687500000000000$
X^3j^5	44586434831673943023310109496191044064998570312500000 0
X^3j^6	82724068027756165379704385253377676824028398437500
X^3j^7	11740867875542844748730860307041376754000000
X^3j^8	32110949830720236975102577813380675000
X^3j^9	26190183002406119746443553783680
X^3j^{10}	53263835122054576937535
X^3j^{11}	4850017536

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	31863656875571210491045137687609108757094400000000000000000000000000000000
X^2j^1	34002242726802673508598028449469346886700800000000000000000000000000000000
X^2j^2	16352673840320722541131062891438585004570200000000000000000000000000000000
X^2j^3	−43741777638742492246435526968075995949513500000000000000000000000000000
X^2j^4	24337109412768634012894483992643566216039945000000000000000000000
X^2j^5	−23662983704256911848256534999948939171068500000000000000000
X^2j^6	−32396082975832578152201165827306640285283750000000000
X^2j^7	−83745955158282283520179500895879935069375000000
X^2j^8	14507034320854353581051379055064198333437500
X^2j^9	−59118855893269085486728075353688000
X^2j^{10}	71613201503725451570700216
X^2j^{11}	−1304194222980

Monomis en X^1	
X^1j^0	−43242001731854478365079766704238249463808000000000000000000000000000000000000
X^1j^1	−61663133351883194615013937050176460711590400000000000000000000000000000000000
X^1j^2	34002242726802673508598028449469346886700800000000000000000000000000000000000
X^1j^3	16663697859866572893147494999393508325516800000000000000000000000000000000000
X^1j^4	−70751088118941329621591503228787462800704000000000000000000000000000000
X^1j^5	427087099244501549005503526958605839762240000000000000000000000
X^1j^6	−15625195337633573499966059494622159282400000000000000000000
X^1j^7	14840025414248403281693379658193497080000000000000000000
X^1j^8	46513174487873364905896633110129054000000000000000
X^1j^9	28381240590587094510073962428223990000000
X^1j^{10}	120903871781911641201321975000
X^1j^{11}	96687754014528

Monomis en X^0	
X^0j^0	10462877923315952190619445292696639318958080000000000000000000000000000000000000000000000000000
X^0j^1	−43242001731854478365079766704238249463808000000000000000000000000000000000000000000000000000
X^0j^2	31863656875571210491045137687609108757094400000000000000000000000000000000000000000000000000
X^0j^3	−78784000458724875494046297768822126766080000000000000000000000000000000000000000000000000
X^0j^4	27585029025617312796714850374073234296576000000000000000000000000000000000000000
X^0j^5	−38049774927184234858765160497825661184000000000000000000000000000000000
X^0j^6	70137145471694004040479797428508515507200000000000000000000000
X^0j^7	−32762871963764067359259426421974769920000000000000000000000
X^0j^8	57324190125781856001280390356930148800000000000000
X^0j^9	−34438559737395791677869178573262400000000000
X^0j^{10}	68414985806696954849736000000
X^0j^{11}	−453039686280000
X^0j^{12}	1

Taula 18 (cont.)

Φ_7

Monomis en X^7	
X^8	1
X^7j^0	104545516658688000
X^7j^1	−34993297342013192
X^7j^2	720168419610864
X^7j^3	−4079701128594
X^7j^4	9437674400
X^7j^5	−10246068
X^7j^6	5208
X^7j^7	−1

Monomis en X^6	
X^6j^0	364325501784474044113040179200000
X^6j^1	10380635436154511214192297738240000
X^6j^2	10685207605419433304631062899228
X^6j^3	16125487429368412743622133040
X^6j^4	4460942463213898353207432
X^6j^5	177089350028475373552
X^6j^6	312598931380281
X^6j^7	5208

Monomis en X^5	
X^5j^0	42320664241971721884753245384947305283584000000000
X^5j^1	−40689839325168186578698294668599003971584000000
X^5j^2	11269804827778129625111322263056523132928000
X^5j^3	−90164531213569526387711569374056209234
X^5j^4	14066810691825882583305340438456800
X^5j^5	−183008171377068898813698183
X^5j^6	177089350028475373552
X^5j^7	−10246068

Monomis en X^4	
X^4j^0	413757200056357447702472485265721163681628160000000000000
X^4j^1	553293497305121712634517214392820316998991872000000000
X^4j^2	308718989330868920558541707287296140145328128000000
X^4j^3	17972351380696034759035751584170427941396480000
X^4j^4	88037255060655710247136461896264828390470
X^4j^5	14066810691825882583305340438456800
X^4j^6	4460942463213898353207432
X^4j^7	9437674400

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	1348395822476221371469801288386529652947235635200000000000000000
X^3j^1	−1296866839865018111816029789467238233976193679360000000000000
X^3j^2	722696696892029484691863461000006796300999720960000000000
X^3j^3	−539755444433663039666044709229057639521137459200000
X^3j^4	17972351380696034759035751584170427941396480000
X^3j^5	−901645312135695263877115693740562092344
X^3j^6	161254874293684127436221330 40
X^3j^7	−4079701128594

Monomis en X^2	
X^2j^0	14647650794883868403376337317374028251282716753920000000000000000000
X^2j^1	−838538082798149465723818021032241603179964268544000000000000000
X^2j^2	−46666007311089950798495647194817495401448341504000000000000
X^2j^3	722696696892029484691863461000006796300999720960000000000
X^2j^4	308718989330868920558541707287296140145328128000000
X^2j^5	11269804827778129625111322263056523132928000
X^2j^6	10685207605419433304631062899228
X^2j^7	720168419610864

Monomis en X^1	
X^1j^1	12213493082614537502523709833145691194947104931840000000000000000000
X^1j^2	−838538082798149465723818021032241603179964268544000000000000000
X^1j^3	−1296866839865018111816029789467238233976193679360000000000000
X^1j^4	553293497305121712634517214392820316998991872000000000
X^1j^5	−406898393251681865786982946685990039715840000000
X^1j^6	10380635436154511214192299773824000
X^1j^7	−34993297342013192

Monomis en X^0	
X^0j^2	14647650794883868403376337317374028251282716753920000000000000000000
X^0j^3	1348395822476221371469801288386529652947235635200000000000000000
X^0j^4	413757200056357447702472485265721163681628160000000000000
X^0j^5	42320664241971721884753245384947305283584000000000
X^0j^6	364325501784474044113040179200000
X^0j^7	104545516658688000
X^0j^8	1

Taula 18 (cont.)

Φ_8

Monomis en X^{11}	
X^{12}	1
$X^{11}j^0$	-24125403112135308000
$X^{11}j^1$	11941355072680118832
$X^{11}j^2$	-355479814776346879
$X^{11}j^3$	2895840108006912
$X^{11}j^4$	-9778267498800
$X^{11}j^5$	16203352576
$X^{11}j^6$	-13923936
$X^{11}j^7$	5952
$X^{11}j^8$	-1

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^0$	19401169177438978477576616262344025000
$X^{10}j^1$	83443317610534187375785190080819514625
$X^{10}j^2$	13653118674792749772456567399567032 16
$X^{10}j^3$	36081833283599758920895965897277 44
$X^{10}j^4$	20998763828405291409051073620 48
$X^{10}j^5$	26131097039872579335038284 8
$X^{10}j^6$	4728246427151406262992
$X^{10}j^7$	3211964917645312
$X^{10}j^8$	-22932096
$X^{10}j^9$	7440
$X^{10}j^{10}$	-1

Monomis en X^9	
X^9j^0	$-52006780805890922001435317662913471226477239319450000000 0$
X^9j^1	57145946383599516150618339954585746305129066992975000 0
X^9j^2	$-19752154194267713452379315850582204731456005207200 0$
X^9j^3	23623974295654813377158727217379732833898137345
X^9j^4	$-79667613589957081755840287250949399730918 4$
X^9j^5	47433178372650624684237558220483560 48
X^9j^6	$-32963258537675914609879479731 2$
X^9j^7	25428057388143528610274448 0
X^9j^8	4723467116054155221168
X^9j^9	3211926994906879
X^9j^{10}	7440

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	304705482278208966862445907849331459504337994591310276171875000
X^8j^1	624550769715676403362061397397107918960413775770858454375000000
X^8j^2	539321995684267985900558329509359314098680440873023360000000
X^8j^3	7343194937088187841588966452429375207832749588209432000
X^8j^4	−133546312118278441290258919004988971154285533306880
X^8j^5	24939018056549353391282658184625378179180460544
X^8j^6	−80372530925802403099469863726325135307724 8
X^8j^7	474583056762863276185642290456907694 4
X^8j^8	−204143703941243491720865313408 0
X^8j^9	4723467116054155221 68
X^8j^{10}	−22932096
X^8j^{11}	−1

Monomis en X^7	
X^7j^0	−57905354365611053755222460136373872362624930612539167750937500000000000
X^7j^1	95169842605869243741101318338215633687626286235475625650062500000000
X^7j^2	−151638480005016062214845804965575910333934216555748242793281250000
X^7j^3	−87484192856186650698262645331229843268213203615567700665000 0
X^7j^4	455587226601554605860465361615861008807044787429047993280 00
X^7j^5	63264614423241635233154729450270125139151824324917201 92
X^7j^6	990628863018714183485366322179346011067412833192 96
X^7j^7	12883229697459643463834779283216358155770368 0
X^7j^8	474583056762863276185642290456907694 4
X^7j^9	25428057388143528610274448 0
X^7j^{10}	3211964917645312
X^7j^{11}	5952

Monomis en X^6	
X^6j^0	32475675189995209838724204012686215209472546172448003583918300781250000000 0
X^6j^1	20755545175692883198705158943161836698838403748243809872370452636718750000
X^6j^2	−14818462658710804400992621860044823256932635580697276604820731250000000 0
X^6j^3	20148490708773809215959637159166766749606068569732241063931100000000 0
X^6j^4	−88012776667276058679280500784865763190778117829743003081664000000
X^6j^5	11217393453547600384708317483066492046225208605530019170816000
X^6j^6	−15881035793199707177262742749964809221254752228131283993 6
X^6j^7	990628863018714183485366322179346011067412833192 96
X^6j^8	−80372530925802403099469863726325135307724 8
X^6j^9	−32963258537675914609879479731 2
X^6j^{10}	47282464271514062629 92
X^6j^{11}	−13923936

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	595825152573532717681742774613562895021657059432138982517591082031250000000000000
X^5j^1	$-$6349751374971005289736100899431308044091500334628882902557771590820312500000000
X^5j^2	12881110445570129309840247898262922529202613272198956897832531929687500000000
X^5j^3	$-$7159361225727255099580660194139288935142034608202996654063769363281250000
X^5j^4	5868518124413623341359358581352538321857917763775756053921600000000000
X^5j^5	17907300353968975869306308939423536795994941073468066287474800000000
X^5j^6	11217393453547600384708317483066492046225208605530019170816000
X^5j^7	63264614423241635233154729450270125139151824324917201920
X^5j^8	24939018056549353391282658184625378179180460544
X^5j^9	474331783726506246842375582204835604 8
X^5j^{10}	26131097039872579335038284 8
X^5j^{11}	16203352576

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^4	
X^4j^0	3141645427523464887495363120399539821044371479031422651586001816728210449218750000000
X^4j^1	19734182138114480842855346213836865565794814856833255786786894775483846664428710937 5
X^4j^2	−17181430620271860110475017854018872936995995161763489181945225671875000000000000 0
X^4j^3	−48501960781952851070846472065150312459699222208784925290553667187500000000 0
X^4j^4	18786759935602370938673325678523612553387264307397640563787520000000000000 0
X^4j^5	58685181244136233413593585813525383218579177637757560539216000000000 0
X^4j^6	−88012776667276058679280500784865763190778117829743003081664000000
X^4j^7	45558722660155460586046536161586100880704478742904799328000
X^4j^8	−13354631211827844129025891900498897115428553330688 0
X^4j^9	−79667613589957081755840287250949399730918 4
X^4j^{10}	20998763828405291409051073620 48
X^4j^{11}	−9778267498800

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	480116556126375138152841619131574497402315665404209573819748022117980957031250000000000000
X^3j^1	$-$166032119269322757484484896872915384305426086353399850884590282580212974548339843750000
X^3j^2	$-$180187867398017248979248512290476440437804697190448382078667604981986999511718750000
X^3j^3	5144128434898633838851402083663931366258196185784828525398112979956932067871093750
X^3j^4	$-$485019607819528510708464720651503124596992222087849252905536671875000000000
X^3j^5	$-$715936122572725509958066019413928893514203460820299665406376936328125000
X^3j^6	201484907087738092159596371591667667496060685697322410639311000000000
X^3j^7	$-$87484192856186650698262645331229843268213203615567700665000000
X^3j^8	7343194937088187841588966452429375207832749588209432000
X^3j^9	2362397429565481337715872721737973283389813734 5
X^3j^{10}	360818332835997589208959658972774 4
X^3j^{11}	2895840108006912

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	$-215753242930871279675355620438536115881455181329046557711070845518761825561523437500000000000$
X^2j^1	$5163083748031108386386599994055193384974749009827942225278335155144025087356567382812500000$
X^2j^2	$37252353596365035589422120797086642987649591354401055162805719561125583052635192871093750$
X^2j^3	$-18018786739801724897924851229047644043780469719044838207866760498198699951171875000$
X^2j^4	$-17181430620271860110475017854018872936995995161763489181945225671875000000000000$
X^2j^5	$12881110445570129309840247898262922529202613272198956897832531929687500000000$
X^2j^6	$-14818462658710804400992621860044823256932635580697276604820731250000000$
X^2j^7	$-15163848000501606221484580496557591033393421655574824279328125000$
X^2j^8	$539321995684267985900558329509359314098680440873023360000000$
X^2j^9	$-19752154194267713452379315850582204731456005207200$
X^2j^{10}	$136531186747927497724565673995670321 6$
X^2j^{11}	-355479814776346879

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^1	
X^1j^0	2891839411497627131864081904337317750674739994298397567849174351077751159667968750000000000000000
X^1j^1	22225921696096182199957875471347093575652662688016145032567443960710294246673583984375000000000
X^1j^2	5163083748031108386386599994055193384974749009827942225278335155144025087356567382812500000
X^1j^3	−16603211926932275748448489687291538430542608635339985088459028258021297454833984375000000
X^1j^4	19734182138114480842855346213836865565794814856833255786786894775483846664428710937500
X^1j^5	−6349751374971005289736100899431308044091500334628882902557771590820312500000000
X^1j^6	20755545175692883198705158943161836698838403748243809872370452636718750000
X^1j^7	95169842605869243741101318338215633687626286235475625650062500000000
X^1j^8	62455076971567640336206139739710791896041377577085845437500000
X^1j^9	57145946383599516150618339954585746305129066992975000
X^1j^{10}	834433176105341873757851900808195146250
X^1j^{11}	11941355072680118832

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	$-125992506469845979922387037086625423299782218600253397684207130933973592519760131835937500000000000$
X^0j^1	$28918394114976271318640819043373177506747399942983975678491743510777511596679687500000000000000000$
X^0j^2	$-21575324293087127967535562043853611588145518132904655771107084551876182556152343750000000000000$
X^0j^3	$48011655612637513815284161913157449740231566540420957381974802211798095703125000000000000000$
X^0j^4	$31416454275234648874953631203995398210443714790314226515860018167282104492187500000000$
X^0j^5	$59582515257353271768174277461356289502165705943213898251759108203125000000000000000$
X^0j^6	$32475675189995209838724204012686215209472546172448003583918300781250000000000$
X^0j^7	$-57905354365611053755222460136373872362624930612539167750937500000000000$
X^0j^8	$30470548227820896686244590784933145950433799459131027617187500000$
X^0j^9	$-52006780805890922001435317662913471226477239319450000000$
X^0j^{10}	$194011691774389784775766162623440250000$
X^0j^{11}	-24125403112135308000
X^0j^{12}	1

Taula 18 (cont.)

Φ_9

Monomis en X^{11}	
X^{12}	1
$X^{11}j^0$	5567288717204029440000
$X^{11}j^1$	−3894864835363363281932
$X^{11}j^2$	160958016085240175040
$X^{11}j^3$	−1807128632206069128
$X^{11}j^4$	8462621974879728
$X^{11}j^5$	−19911358807902
$X^{11}j^6$	25558882848
$X^{11}j^7$	−18155340
$X^{11}j^8$	6696
$X^{11}j^9$	−1

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^0$	10331567886902497628770879898357071872000000
$X^{10}j^1$	63812318991470174303144670700873020211200000
$X^{10}j^2$	155705417634012907024266501589913689446466
$X^{10}j^3$	65542473050120362695159979764691178592O
$X^{10}j^4$	68044481129551868118072397114318252 8
$X^{10}j^5$	18620483177824265162693854027656O
$X^{10}j^6$	11645320898401795868144158404
$X^{10}j^7$	102969059545961636573088
$X^{10}j^8$	28587961990122552
$X^{10}j^9$	15624
$X^{10}j^{10}$	−1

Monomis en X^9	
X^9j^0	639098014753129501549334461650287035407503685819826176000000000O
X^9j^1	−790033393619284902391842726196527893226520935522317107200000O
X^9j^2	32732668102126294805954529630536943184643935239349862400O0
X^9j^3	−52778283631612341869117096244707842911950881335795222O
X^9j^4	29938980095729674278837381908388909886666835116800
X^9j^5	−45210270875983581599918466065301446167523068 8
X^9j^6	10978158471785206495755743010390752077 9 2
X^9j^7	−16909630643312139881974226219181O
X^9j^8	205874310760628521421376
X^9j^9	28587961955951784
X^9j^{10}	15624
X^9j^{11}	−1

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	2355583419873969499114285815936862398779793419541461619179520000000000000
X^8j^1	65469839503232726224745920169425839828740068662446550260121600000000000
X^8j^2	87764752579338957543915965258402224131367472807353908115537920000000
X^8j^3	17738995303311285880883121198397528443853028275958551289856000000
X^8j^4	61334584124724430829107139003055411562736252229635281920495
X^8j^5	29504391877931298886252408597991433528170653593514368O
X^8j^6	1146631879916525128779475917402593519590992612480
X^8j^7	219600898269007936930861686105420711432O
X^8j^8	−16908489090857604179489244374253O
X^8j^9	205874310760628521421376
X^8j^{10}	28587961990122552
X^8j^{11}	6696

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^7	
X^7j^0	289358869494427852217776410262058157500049554098423818061086720000000000000000
X^7j^1	−60495652821744993287486932849986202311614543306205957452432670720000000000000
X^7j^2	64735274511100762564459248803228674900735227692774967911928299520000000000
X^7j^3	−16474618115158934218802257796780294354859440459742602945869381632000000
X^7j^4	64214874073663094800449605269001370809207440401151677053239296000
X^7j^5	−20640394095805387236823034236066447815598960171278259736071 92
X^7j^6	589799947861930821558414471517379624168655297448978560
X^7j^7	1142086347767994158926125996175699856378492320 80
X^7j^8	219600898269007936930861686105420711 4320
X^7j^9	−16909630643312139881974226219 1810
X^7j^{10}	102969059545961636573088
X^7j^{11}	−18155340

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^6	
X^6j^0	11840440831010017485683642912266874224079473751966006057244794290176000000000000000000
X^6j^1	−9317132816976477132813130144500667240517074482239080939579936604160000000000000000
X^6j^2	7152891647642858913716972493376323479174121058980439884693126512640000000000000
X^6j^3	5106029893117960369445104429215341589384862092615140041040068608000000000000
X^6j^4	996493794472992277100132617248850462766401254169077777601941995520000000
X^6j^5	12874031582475850641524970349730725701051416735744126989919846400000
X^6j^6	−2003361981538502515786431353709655012603350293310522697051236
X^6j^7	589799947861930821558414471517379624168655297448978560
X^6j^8	1146631879916525128779475917402593519590992612480
X^6j^9	109781584717852064957557430103907520779 2
X^6j^{10}	116453208984017958681441584 04
X^6j^{11}	25558882848

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	$-718469758978047714637053497569649084641969820783319115731683613081600000000000000000000000$
X^5j^1	24339630087454372794373091394491364978529081573384120085331253080883200000000000000000000
X^5j^2	$-599017093823298059786336354136672803657062261872334813970707356057600000000000000000$
X^5j^3	$-188351800114638432316940247142282617662409549829321333124074831872000000000000000$
X^5j^4	658003637405245442250095582476112855345312171647903310493473832960000000000
X^5j^5	817331658499836646713707211366965380311269960115992988386863349760000000
X^5j^6	12874031582475850641524970349730725701051416735744126989919846400000
X^5j^7	$-20640394095805387236823034236066447815598960171278259736071920$
X^5j^8	29504391877931298886252408597991433528170653593514368 0
X^5j^9	$-45210270875983581599918466065301446167523068 8$
X^5j^{10}	18620483177824265162693854027656 0
X^5j^{11}	-19911358807902

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^4	
X^4j^0	209224067686996826205300712689558941749016250509807218578387753762816000000000000000000000000000
X^4j^1	−5524741273040596229331476547827087354879348277157398742352145678336000000000000000000000000000
X^4j^2	10722730005021819679708812384817895290012844733126603869936345583452160000000000000000000
X^4j^3	−667116047982527022032408141950825384356456479672766105754989389414400000000000000000
X^4j^4	−184795522848687386902467086278371903889881530312683276111598101463040000000000000
X^4j^5	65800363740524544225009558247611285534531217164790331049347383296000000000
X^4j^6	996493794472992277100132617248850462766401254169077777601941995520000000
X^4j^7	64214874073663094800449605269001370809207440401151677053239296000
X^4j^8	613345841247244308291071390030554115627362522296352819204 95
X^4j^9	29938980095729674278837381908388909886666835116800
X^4j^{10}	6804448112955186811807239711431825 28
X^4j^{11}	8462621974879728

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	$-3564988828087457446759528131391069315265615043264071784378716179660800000000000000000000000000000000$
X^3j^1	$-7347451437102535982996588195842219735413886985846533755780808572928000000000000000000000000000000$
X^3j^2	$-2174126850109403409612089909266604830941666101520869114646967552573440000000000000000000000000$
X^3j^3	133740742876100958966141261587793974779296071455228087632243179126784000000000000000000000
X^3j^4	$-667116047982527022032408141950825384356456479672766105754989389414400000000000000000$
X^3j^5	$-188351800114638432316940247142282617662409549829321333124074831872000000000000000$
X^3j^6	5106029893117960369445104429215341589384862092615140041040068608000000000000
X^3j^7	$-16474618115158934218802257796780294354859440459742602945869381632000000$
X^3j^8	17738995303311285880883121198397528443853028275958551289856000000
X^3j^9	$-52778283631612341869117096244707842911950881335795222 0$
X^3j^{10}	655424730501203626951599797646911785920
X^3j^{11}	-1807128632206069128

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	37650170340175666316782962243030031263421450489107903158244113960140800000000000000000000000000000000
X^2j^1	21801801336824536184376026780495893235329826029425045244330119266304000000000000000000000000000000000
X^2j^2	$-$19510418058650597665617026726366367334253733209586746976967383108812800000000000000000000000000
X^2j^3	$-$21741268501094034096120899092666048309416661015208691146469675525734400000000000000000000000000
X^2j^4	10722730005021819679708812384817895290012844733126603869936345583452160000000000000000000
X^2j^5	$-$59901709382329805978633635413667280365706226187233481397070735605760000000000000000
X^2j^6	71528916476428589137169724933763234791741210589804398846931265126400000000000000
X^2j^7	64735274511100762564459248803228674900735227692774967911928299520000000000
X^2j^8	87764752579338957543915965258402224131367472807353908115537920000000
X^2j^9	32732668102126294805954529630536943184643935233934986240000
X^2j^{10}	155705417634012907024266501589913689446466
X^2j^{11}	160958016085240175040

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^1	
X^1j^0	$-232683783909812135091180664408097870003379370875184432208292127703040000000000000000000000000000000000000$
X^1j^1	$-75047776935932370134653473571098535474861502323839251872258310799360000000000000000000000000000000000000$
X^1j^2	$2180180133682453618437602678049589323532982602942504524433011926630400000000000000000000000000000000000$
X^1j^3	$-73474514371025359829965881958422197354138869858465337557808085729280000000000000000000000000000000$
X^1j^4	$-55247412730405962293314765478270873548793482771573987423521456783360000000000000000000000000$
X^1j^5	$24339630087454372794373091394491364978529081573384120085331253080883200000000000000000000$
X^1j^6	$-93171328169764771328131301445006672405170744822390809395799366041600000000000000000$
X^1j^7	$-60495652821744993287486932849986202311614543306205957452432670720000000000000$
X^1j^8	$65469839503232726224745920169425839828740068662446550260121600000000000$
X^1j^9	$-790033393619284902391842726196527893226520935522317107200000$
X^1j^{10}	$63812318991470174303144670700873020211200000$
X^1j^{11}	-3894864835363363281932

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	690448983412641553840399828120134500216412806411223506121800149893120000000000000000000000000000000000000000
X^0j^1	−232683783909812135091180664408097870003379370875184432208292127703040000000000000000000000000000000000000000
X^0j^2	37650170340175666316782962243030031263421450489107903158244113960140800000000000000000000000000000000000000
X^0j^3	−35649888280874574467595281313910693152656150432640717843787161796608000000000000000000000000000000000000
X^0j^4	20922406768699682620530071268955894174901625050980721857838775376281600000000000000000000000000000000
X^0j^5	−71846975897804771463705349756964908464196982078331911573168361308160000000000000000000000000000
X^0j^6	11840440831010017485683642912266874224079473751966006057244794290176000000000000000000000
X^0j^7	28935886949442785221777641026205815750004955409842381806108672000000000000000000000
X^0j^8	23555834198739694991142858159368623987797934195414616191795200000000000000
X^0j^9	63909801475312950154933446165028703540750368581982617600000000000
X^0j^{10}	10331567886902497628770879898357071872000000
X^0j^{11}	5567288717204029440000
X^0j^{12}	1

Taula 18 (cont.)

Φ_{10}

Monomis en X^{17}	
X^{18}	1
$X^{17}j^0$	$-1284733088879405339432160$
$X^{17}j^1$	$122566701136436206749360 0$
$X^{17}j^2$	-68051488066250903929350
$X^{17}j^3$	1018904531858621598720
$X^{17}j^4$	-6374905736966075360
$X^{17}j^5$	20302880596711488
$X^{17}j^6$	-36296842633500
$X^{17}j^7$	37916096000
$X^{17}j^8$	-22940280
$X^{17}j^9$	7440
$X^{17}j^{10}$	-1

Monomis en X^{16}	
$X^{16}j^0$	55017970322053943664926362099352524482515751552 0
$X^{16}j^1$	46930296264735989458789303293859419119420048025 0
$X^{16}j^2$	16275274701180455873755040858721795562905276000
$X^{16}j^3$	10210655261257722506044088952526795835456730 0
$X^{16}j^4$	17054513827665604717824521559363338817397 5
$X^{16}j^5$	85320591499518960916296053384292087295
$X^{16}j^6$	12325242530586312022749479312508000
$X^{16}j^7$	41653585704277258939339987 2000
$X^{16}j^8$	189298864983487967469644 0
$X^{16}j^9$	225673933001834880
$X^{16}j^{10}$	12648

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{15}	
$X^{15}j^{0}$	$-78537118839697640686360635295247094568599407646025705619876347020902400$
$X^{15}j^{1}$	$10787242348082049644252635700400844694066173023429062304033333817200 0$
$X^{15}j^{2}$	$-52101963323896813441689147591872735048654423648543576293194312000$
$X^{15}j^{3}$	$10631771703116407008868434019553458723000640829070571828796900$
$X^{15}j^{4}$	$-88156976110503275272325572626302507406594800237239500 7200$
$X^{15}j^{5}$	$25018674231939771006149083965288673104787612039448760$
$X^{15}j^{6}$	$-17763017831697272631500627899252311322663662500$
$X^{15}j^{7}$	$18606877729685321753472674798531666608875 0$
$X^{15}j^{8}$	$-10937504715008333446103756071908000$
$X^{15}j^{9}$	$18921430146993184761440 00$
$X^{15}j^{10}$	-376253833506803100
$X^{15}j^{11}$	297083661955650
$X^{15}j^{12}$	-159141482400
$X^{15}j^{13}$	55168020
$X^{15}j^{14}$	-11160
$X^{15}j^{15}$	1

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{14}	
$X^{14}j^0$	1775917134990594168617633403560312555134981699443272715315591203356533213757440 0
$X^{14}j^1$	671075703103583835283293596089490934868903745013754334201004559046029815360000
$X^{14}j^2$	127161456564746934459125612004663406870827213177342751903640183637057639937 5
$X^{14}j^3$	402451593701201122949468329412881746911175306947552248338694925994372000
$X^{14}j^4$	259880087622723374406823611012792665243167536205318607634898049790 00
$X^{14}j^5$	315350904624495238674279650211441251455371520733719827140837550
$X^{14}j^6$	532915469918365135294624986592078889740960737995014860000
$X^{14}j^7$	6844347193903385044150364380637019704750807747750 0
$X^{14}j^8$	16911823159577228650426979647535320783385917 5
$X^{14}j^9$	916005202040078561119217381458351546802 25
$X^{14}j^{10}$	$-$41362479010260922869911302498383263840
$X^{14}j^{11}$	$-$10784343562362149498980609571154000
$X^{14}j^{12}$	$-$40949496629391570351936813600 0
$X^{14}j^{13}$	$-$18921491428040883192182 00
$X^{14}j^{14}$	$-$225673932971390400
$X^{14}j^{15}$	$-$11160

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{13}	
$X^{13}j^{0}$	$-133872334380207083531397286003946269021654963901111394931008980562203084641599907430400$
$X^{13}j^{1}$	$38846788744751007259216078345273249726225855460030243116789173826448786579068342591488$
$X^{13}j^{2}$	$-55370203442016424740755430036423339983444979910826261199876752284195178351742749376$
$X^{13}j^{3}$	$20880250527757348682621354799064609895049336580774513170922911076305521081268000$
$X^{13}j^{4}$	$-25051176994772482382898775482887164825305615194150274106491745797533557402 50$
$X^{13}j^{5}$	$75597963627644354718420061062988367450575884184819820070611452556340 7200$
$X^{13}j^{6}$	$-35188597184965975290116434882731800309316492443253630507835224135 0000$
$X^{13}j^{7}$	$95714921161068906689094593361479839207396754346174239173060125000$
$X^{13}j^{8}$	$-14025430077547643295347566695000869660320236785970161761730500$
$X^{13}j^{9}$	$97544799098443441533740671296897208976283578958007346 4000$
$X^{13}j^{10}$	$-25680305305369097038431432515576958347031888883534350$
$X^{13}j^{11}$	$17832240392840146118080017635694004392345837550 0$
$X^{13}j^{12}$	$-18610946543233025970602245604078039600737 5$
$X^{13}j^{13}$	$10937508936835874563375641113120400$
$X^{13}j^{14}$	$-189214914280408831921820 0$
$X^{13}j^{15}$	55168020

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{12}	
$X^{12}j^{0}$	33663111899188794323808226024923504062210783322377352188346609279862470033599251565267386368000
$X^{12}j^{1}$	$-$337187299451506312393356315841568555700358267520040576100323756364498476746796186359739187 20
$X^{12}j^{2}$	$-$11928826216753160423427027903189381979134793143555407040484772617305957890095941647006976 0
$X^{12}j^{3}$	96635512452532200127888782167925076299447451506840810191992575670360538676338240794110 0
$X^{12}j^{4}$	$-$50697349194915411380619513513843412708057398802659719686529319236779641034061477904 0
$X^{12}j^{5}$	$-$24983968374152894530950804310201541551007686717684700847771441412156083253087239 00
$X^{12}j^{6}$	22804371345929249243268447484978010016470839184708807222109125622521909808601 29
$X^{12}j^{7}$	10787521074309366711092876461813049604279903410462503463714898006913594051 2
$X^{12}j^{8}$	$-$30721028399134834960426270744408894473463234204307599182239143696069500 0
$X^{12}j^{9}$	$-$24817327073300363870753414555518428460101593435248546329627985441890
$X^{12}j^{10}$	$-$31336880948497069351095004934192883169360016916997458506622780 0
$X^{12}j^{11}$	$-$53265977311926445675907593008261700462163519211411663142 8
$X^{12}j^{12}$	$-$68685598499577281155933518768416776753663215889999
$X^{12}j^{13}$	$-$18610946543233025970602245604078039600737 5
$X^{12}j^{14}$	$-$40949496629391570351936813600 0
$X^{12}j^{15}$	$-$159141482400

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{11}	
$X^{11}j^{0}$	$-248153388230527859226187054041979284475084992551948136096897752477393138596181860639547691368448000$
$X^{11}j^{1}$	$406236880250779069980565732024565018642695060155064544557173157684077248391442925491303468121456640$
$X^{11}j^{2}$	$-124025453062953411317174450857112545426950212482527483708044110620005239626819155115991645600972800$
$X^{11}j^{3}$	$985092960521764312490575241376772095613829509141485528422021204423047712187183499557696938160000$
$X^{11}j^{4}$	$-298633094716116586463537389109221550902770871997298291915595188688243964413051926413297942400$
$X^{11}j^{5}$	$438471630145559262380013002759627797475180665709577990893940201908134440431232281128611000$
$X^{11}j^{6}$	$-339730450034897358529283185180959818765000424289897514646346079021884862144855451989760$
$X^{11}j^{7}$	$13804632633552749775511060287039226987121188616833900297494176990015793550681825572 0$
$X^{11}j^{8}$	$-263732185503988651500404102319632832813800501659934535457233629383200184185795 00$
$X^{11}j^{9}$	$167796070808639897614701318308386740930380088162335019742873372324385905992 0$
$X^{11}j^{10}$	$-173166255337576636712770050519848606544277305917094030094619493547200 00$
$X^{11}j^{11}$	$152094404815293152084201687775506815067636310061954481161344456 84$
$X^{11}j^{12}$	$-532659773119264456759075930082617004621635192114116631428$
$X^{11}j^{13}$	$178322403928401461180800176356940043923458375500$
$X^{11}j^{14}$	$-107843435623621494989806095711540 00$
$X^{11}j^{15}$	297083661955650

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^{0}$	660383713896360042313695875200831483645397401011656440777775722434593010211082932229006909557706430873600000
$X^{10}j^{1}$	−835195774190837090560798271169553384896118446044258099245010826056672047601191706578083541866584526028800
$X^{10}j^{2}$	75870230202188480728585881084105945223482951153910599779977329005540370220411222837645536364827156480000
$X^{10}j^{3}$	−216566638208590720054279749498911209080041138776351468134348907102269970980393052180343542618593792000
$X^{10}j^{4}$	28076950161050637583899928985393881084373938315514317059211415419748301347839387441063962733602817 5
$X^{10}j^{5}$	−184595737018145129996972053262806721914020041913287596838300817936939553456484878171085132412000
$X^{10}j^{6}$	659941645590296974705900656873059392006532051604078765215727095207085599869712263305528211 20
$X^{10}j^{7}$	−152001647473983777852924488759042880496794513114376851453236697460366920927807619389641 40
$X^{10}j^{8}$	365298257703725098908476900522062798990003602981378986014837983457271631029205498000 0
$X^{10}j^{9}$	−612429472662527731939346050518507342307529762266380859280327154076706482821862500
$X^{10}j^{10}$	−17700023055680554789123122163568574691582257412274068758565895141760471705375
$X^{10}j^{11}$	−17316625533757663671277005051984860654427730591709403009461949354720000
$X^{10}j^{12}$	−31336880948497069351095004934192883169360016916997458506622780 0
$X^{10}j^{13}$	−25680305305369097038431432515576958347031888883534350
$X^{10}j^{14}$	−413624790102609228699113024983832638 40
$X^{10}j^{15}$	−376253833506803100
$X^{10}j^{16}$	12648
$X^{10}j^{17}$	−1

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^9	
X^9j^0	$-133399469588712349402562321040339445165795468887534116141130502615975314832174082525692721133915082221158400000$
X^9j^1	$-171067684408633123745141142128792140353700409175842608856864287645319110529812567914230582635182226881380352000$
X^9j^2	$485982656574388343562608575897501618631712793167819003609813934573997420209398827725790677314700504360550400$
X^9j^3	$64675653530374879787663619268003093181222932115176637406976612551863863108659246160884513089779980288000000$
X^9j^4	$-13895323261561762585705960803892956584158779865855986238634765448654903628827894253073365749015892860000$
X^9j^5	$39344508497616102715501541185728110674217847396446874349581087992466628160933525770106148105870600000$
X^9j^6	$-17242051441892131959448864423866496507596066261429415523693727275713406081177931967465215589402500$
X^9j^7	$14439648316316483905183078176638112691793507358924885988094321929409052514233026614826520480000$
X^9j^8	$-27590498034670967837307351996499457759247732465895676546408181592641846478719803069586000$
X^9j^9	$702994124913517903523459626181983287067212017897482206002652829884205336802810761960000$
X^9j^{10}	$-61242947266252773193934605051850734230752976226638085928032715407670648282186250000$
X^9j^{11}	$16779607080863989761470131830838674093038008816233501974287337232438590599200$
X^9j^{12}	$-24817327073300363870753414555518428460101593435248546329627985441890$
X^9j^{13}	$97544799098443441533740671296897208976283578958007346400$0
X^9j^{14}	$916005202040078561119217381458351546802250$
X^9j^{15}	$1892143014699318476144000$
X^9j^{16}	225673933001834880
X^9j^{17}	7440

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	432039518424766491885126589858484225019256887824871781454385619129872692704455311603164312838241877598145450344448000000
X^8j^1	428298732603516231176349291210940652651455507803001939988885836651967046645455566801318040853010185450788055574118400 0
X^8j^2	896461058129691064612037095908520974582610567842532254955303254148937301955139435754579092485993937008150644051148 8
X^8j^3	−709558336197018858550463419417079582599218100353648946313875403538386199250446252227422725136600948111933440000 0
X^8j^4	−472471324977936820767501559681931326913359319379232461933529404179983338737373151243854108643971961791840000
X^8j^5	321322768840680116980367045270762660222887999595630386077697230673744603295307200447730947180658922562 50
X^8j^6	234205516905507263471350415403901215662977798331992064271239302597292432380196868250729334705315784000
X^8j^7	423393464963673087176893683152000308471158807810017772685310978082233440419865847482512916418520 00
X^8j^8	782177834533980749917799871738738739833485064061761105553087004534840338986123086698307159062 5
X^8j^9	−275904980346709678373073519964994577592477324658956765464081815926418464787198030695860000
X^8j^{10}	365298257703725098908476900522062798990003602981378986014837983457271631029205498000 0
X^8j^{11}	−263732185503988651500404102319632832813800501659934535457233629383200184185795 00
X^8j^{12}	−307210283991348349604262707444088944734632342043075991822391436960695000
X^8j^{13}	−140254300775476432953475666950008696603202367859701617617305 00
X^8j^{14}	1691182315957722865042697964753532078338591 75
X^8j^{15}	−109375047150083334461037560719080 00
X^8j^{16}	1892988649834879674696440
X^8j^{17}	−22940280

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^7	
X^7j^0	$-584456322266241907230659664575822912990641899488952659695893420894544399342228175545429723542801766112950004408647680000000$
X^7j^1	$424775477562367549682990579987223975561260017945638377826687503980431725075041117296774369801168215221503571226158694400000$
X^7j^2	$36184043804696372105494307530969135679822854737401558445049616363997553768185223516946976283442484572372184269995376640$
X^7j^3	$-13516830885410329035462042887965222134284229865403317515884048365835196493873995396890427417281306133605212036792320 0$
X^7j^4	$-23055379974604924914391284322486915442511071321004468675777619850902323778710243863542766759757200303900593889280 0$
X^7j^5	$33256772668931843624672314246079698572432505508931866340941199164936108159140272626590902209750425437529755360$
X^7j^6	$24225190870512999024274428353079104645474633182620942468590902344251646151773240641907549258673423835056320$
X^7j^7	$48719019892624455333892704624493513664730058162624875222443496243763546662026202072433831603015123664 4$
X^7j^8	$42339346496367308717689368315200030847115880781001777268531097808223344041986584748251291641852000$
X^7j^9	$14439648316316483905183078176638112691793507358924885988094321929409052514233026614826520480 00$
X^7j^{10}	$-15200164747398377785292448875904288049679451311437685145323669746036692092780761938964140$
X^7j^{11}	$13804632633552749775511060287039226987121188616833900297494176990015793550681825572 0$
X^7j^{12}	$10787521074309366711092876461813049604279903410462503463714898006913594051 2$
X^7j^{13}	$95714921161068906689094593361479839207396754346174239173060125000$
X^7j^{14}	$6844347193903385044150364380637019704750807747750 0$
X^7j^{15}	$18606877729685321753472674798531666608875 0$
X^7j^{16}	$41653585704277258939339987 2000$
X^7j^{17}	37916096000

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^6	
X^6j^0	942343392196182736688412820073421077748833232579712063517020952466981551553867453029384028755381165476470218407649178392985600000
X^6j^1	−14909452552953104792430894970583748095372086537324623837203225211227441325092423342971946291264419786628422284074067154698240000
X^6j^2	9884271980066773491622268768337140382962623511406172071095066387066638910999349792474537686579164040736611924853689910558720
X^6j^3	208822461095158641141913030322265529282979206441016642886214874883740566558697476283517626143546745138458248316610150400
X^6j^4	8301100023185220502796521078241747521496053798552252914539222634816978553435821706403114899836689158548766581497856000
X^6j^5	741222977109988137890976017704058047572897167993562771990325230425151504192193061118311181478858555703376769420800
X^6j^6	−19404978946056780103936894878585903728898811286891642543552092337675826953138681663826934115710400026317332377 5
X^6j^7	24225190870512999024274428353079104645474633182620942468590902344251646151773240641907549258673423835056320
X^6j^8	2342055169055072634713504154039012156629777983319920642712393025972924323801968682507293347053157840 00
X^6j^9	−17242051441892131959448864423866496507596066261429415523693727275713406081177931967465215589402 50
X^6j^{10}	659941645590296974705900656873059392006532051604078765215727095207085599869712263305528211 20
X^6j^{11}	−33973045003489735852928318518095981876500042428989751464634607902188486214485545198976 0
X^6j^{12}	228043713459292492432684474849780100164708391847088072221091256225219098086012 9
X^6j^{13}	−35188597184965975290116434882731800309316492443253630507835224135000 0
X^6j^{14}	532915469918365135294624986592078889740960737995014860000
X^6j^{15}	−17763017831697272631500627899252311132266366250 0
X^6j^{16}	123252425305863120227494793125080 00
X^6j^{17}	−36296842633500

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	830963240738158137294996186409802126740320077338658378245999892244198023205215405476541335984126270986609330443551624087260364800000000
X^5j^1	−1448732344290859257414838293493569009750290864537036815909168300244030593414481688469988473664130365755902556625037746981830656000000
X^5j^2	−9569389917664636133118139480299779486288478404941590619067296134180458477673544948874704144955944449283016710760291545707970560 0
X^5j^3	1568171534003357609665166342410624422179431935360462861842585610200455367340175323039259530305948513614489967408256563281920 00
X^5j^4	−1133288544814029298599014938871854968308920025572611725718742064208022243023603698446495244386649794658487362953944760320 00
X^5j^5	−1696664490389689128589448807767619331680602280694637692182892489756558643655998427762105401689772687945443857995161600
X^5j^6	7412229771099881378909760177040580475728971679935627719903252304251515041921930611183111814788585557033767694208 00
X^5j^7	3325677266893184362467231424607969857243250550893186634094119916493610815914027262659090220975042543752975536 0
X^5j^8	3213227688406801169880367045270762660222887999595630386077697230673744603295307200447730947180658922562 50
X^5j^9	3934450849761610271550154118572811067421784739644687434958108799246662816093352577010614810587060000
X^5j^{10}	−1845957370181451299969720532628067219140200419132875968383008179369395534564848781710851324120 00
X^5j^{11}	4384716301455592623800130027596277974751806657095779908939402019081344404312322811286110 00
X^5j^{12}	−2498396837415289453095080431020154155100768671768470084777144141215608325308723900
X^5j^{13}	7559796362764435471842006106298836745057588418481982007061145255634072 00
X^5j^{14}	3153509046244952386742796502114412514553715207337198271408375 50
X^5j^{15}	2501867423193977100614908396528867310478761203944876 0
X^5j^{16}	8532059149951896091629605338429208729 5
X^5j^{17}	20302880596711488

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^4	
X^4j^0	333465316180572734592876437380997330250702055108886926488399579295412452713595878190631688256806978486509892534968727830040957419520000000
X^4j^1	11718354470603445320551840483952001332682196292368981949947913619874660330522764868405954471838138670644001292516995778975994216448000000
X^4j^2	43133370504560907983946379472102344200408905945513254200489458769113250369215345080457684946871853685238330377591877576147322535936000
X^4j^3	−42575394155078947950168892348807260054192703259160930000592285789075781936865690967477250323416504279935241110042125136402841600000
X^4j^4	12538742398031324764155726332490842487105714261969337086442781786871634817336085899852569612760733765040357930241440717209600000
X^4j^5	−11332885448140292985990149388718549683089200255726117257187420642080222430236036984464952443866497946584873629539447603200 0
X^4j^6	8301100023185220502796521078241747521496053798552252914539222634816978553435821706403114899836689158548766581497856000
X^4j^7	−23055379974604924914391284322486915442511071321004468675777619850902323778710243863542766759757200303900593889280 0
X^4j^8	−47247132497793682076750155968193132691335931937923246193352940417998333873737315124385410864397196179184000 0
X^4j^9	−13895323261561762585705960803892956584158779865855986238634765448654903628827894253073365749015892860000
X^4j^{10}	28076950161050637583899928985393881084373938315514317059211415419748301347839387441063962733602817 5
X^4j^{11}	−29863309471611658646353738910922155090277087199729829191559518868824396441305192641329794240 0
X^4j^{12}	−50697349194915411380619513513843412708057398802659719686529319236779641034061477904 0
X^4j^{13}	−25051176994772482382898775482887164825305615194150274106491745797533557402 50
X^4j^{14}	25988008762272337440682361101279266524316753620531860763489804979000
X^4j^{15}	−88156976110503275272325572626302507406594800237239500720 0
X^4j^{16}	17054513827665604717824521559363338817397 5
X^4j^{17}	−6374905736966075360

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	763793342374511313548683084126276590480877067197867487762087595057578443359292576413772316156824792546895132331605931297209634835660800000000
X^3j^1	869569770820404595502434799477023156248028216798583360081120653277822291736126032358110641883287178871354461215393374088924051695206400000
X^3j^2	−29562988978988124366982032298830067782771985788614555834682084458930747937354038723730365039001202211785509729736190183365918008016896000
X^3j^3	219425888916004462291484199041504234401673875241313475746305184703227575634733972452046739664662590633858117829713697960579775080693 76
X^3j^4	−42575394155078947950168892348807260054192703259160930000592285789075781936865690967477250323416504279935241110042125136402841600 00
X^3j^5	156817153400335760966516634241062442217943193536046286184258561020045536734017532303925953030594851361448996740825656328192000
X^3j^6	208822461095158641141913030322265529282979206441016642886214874883740566558697476283517626143546745138458248316610150400 0
X^3j^7	−13516830885410329035462042887965222134284229865403317515884048365835196493873995396890427417281306133605212036792320 0
X^3j^8	−70955833619701885855046341941707958259921810035364894631387540353838619925044625222742272513660094811193344000 00
X^3j^9	64675653530374879787663619268003093181222932115176637406976612551863863108659246160884513089779980288000 00
X^3j^{10}	−21656663820859072005427974949891120908004113877635146813434890710226997098039305218034354261859379200 0
X^3j^{11}	9850929605217643124905752413767720956138295091414855284220212044230477121871834995576969381600 0
X^3j^{12}	96635512452532200127888782167925076299447451506840810191992575670360538676338240794110 0
X^3j^{13}	20880250527757348682621354799064609895049336580774513170922911076305521081268000
X^3j^{14}	40245159370120112294946832941288174691117530694755224833869492599437200 0
X^3j^{15}	10631771703116407008868434019553458723000640829070571828796900
X^3j^{16}	10210655261257722506044088952526795835456730 0
X^3j^{17}	1018904531858621598720

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	10524008060926114468569999861075516748384115376942073630609526145650259847106065288360483075842799421347250709722488189961704535211638784000000000
X^2j^1	−77908312302245538456199200390618740581917049741048435756357138899183102075410913862692000920336712150152566485284187174111884237214842880000000
X^2j^2	48132525672551364194446453112149335044105750285901881988767297329087812391392712473356242447257671803604810557368203650854160412952231936000
X^2j^3	−29562988978988124366982032298830067782771985788614555834682084458930747937354038723730365039001202211785509729736190183365918008016896000
X^2j^4	43133370504560907983946379472102344200408905945513254200489458769113250369215345080457684946871853685238330377591877576147322535936000
X^2j^5	−95693899176646361331181394802997794862884784049415906190672961341804584776735449488747041449559444492830167107602915457079705600
X^2j^6	98842719800667734916222687683371403829626235114061720710950663870666389109993497924745376865791640407366119248536899105587200
X^2j^7	36184043804696372105494307530969135679822854737401558445049616363997553768185223516946976283442484572372184269995376640
X^2j^8	89646105812969106461203709590852097458261056784253225495530325414893730195513943575457909248599393700815064405114880
X^2j^9	48598265657438834356260857589750161863171279316781900360981393457399742020939882772579067731470050436055040000
X^2j^{10}	75870230202188480728585881084105945223482951153910599779977329005540370220411222837645536364827156480000
X^2j^{11}	−12402545306295341131717445085711254542695021248252748370804411062000523962681915511599164560097280
X^2j^{12}	−11928826216753160423427027903189381979134793143555407040484772617305957890095941647006976 0
X^2j^{13}	−55370203442016424740755430036423339983444979910826261199876752284195178351742749376
X^2j^{14}	12716145656474693445912561200466340687082721317734275190364018363705763993 75
X^2j^{15}	−52101963323896813441689147591872735048654423648543576293194312000
X^2j^{16}	16275274701180455873755040858721795562905276000
X^2j^{17}	−68051488066250903929350

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^1	
X^1j^0	827654467737801441761158523256485804998513659066571629742167818917171049275715755476518161958724573147007287534938814114956453645811449856000000000
X^1j^1	−652331615198796735299024977219972046708344311428417966085139007540460793620775385792444549249892156507002960772783589954336346511392951500800000
X^1j^2	−779083123022455384561992003906187405819170497410484357563571388991831020754109138626920009203367121501525664852841871741118842372148428800000
X^1j^3	869569770820404595502434799477023156248028216798583360081120653277822291736126032358110641883287178871354461215393374088924051695206400000
X^1j^4	11718354470603445320551840483952001332682196292368981949947913619874660330522764868405954471838138670644001292516995778975994216448000000
X^1j^5	−144873234429085925741483829349356900975029086453703681590916830024403059341448168846998847366413036575590255662503774698183065600000
X^1j^6	−14909452552953104792430894970583748095372086537324623837203225211227441325092423342971946291264419786628422284074067154698240000
X^1j^7	42477547756236754968299057998722397556126001794563837782668750398043172507504111729677436980116821522150357122615869440000
X^1j^8	42829873260351623117634929121094065265145550780300193998888583665196704664545556680131804085301018545078805557411840000
X^1j^9	−17106768440863312374514114212879214035370040917584260885686428764531911052981256791423058263518222688138035200
X^1j^{10}	−83519577419083709056079827116955338489611844604425809924501082605667204760119170657808354186658452602880000
X^1j^{11}	406236880250779069980565732024565018642695060155064544557173157684077248391442925491303468121456640
X^1j^{12}	−337187299451506312393356315841568555700358267520040576100323756364498476746796186359739187200
X^1j^{13}	38846788744751007259216078345273249726225855460030243116789173826448786579068342591488
X^1j^{14}	671075703103583835283293596089490934868903745013754334201004559046029815360000
X^1j^{15}	10787242348082049644252635700400844694066173023429062304033333817200
X^1j^{16}	469302962647359894587893032938594191194200480250
X^1j^{17}	1225667011364362067493600

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	29623379253603538955721388044858617006334555533795339879329649002907344246663416220511435447009473234162119576968296560955440232219210992844800000000
X^0j^1	82765446773780144176115852325648580499851365906657162974216781891717104927571575547651816195872457314700728753493881411495645364581144985600000000
X^0j^2	10524008060926114468569999861075516748384115376942073630609526145650259847106065288360483075842799421347250709722488189961704535211638784000000000
X^0j^3	76379334237451131354868308412627659048087706719786748776208759505757844335929257641377231615682479254689513233160593129720963483566080000000000
X^0j^4	33346531618057273459287643738099733025070205510888692648839957929541245271359587819063168825680697848650989253496872783004095741952000000000
X^0j^5	83096324073815813729499618640980212674032007733865837824599989224419802320521540547654133598412627098660933044355162408726036480000000
X^0j^6	94234339219618273668841282007342107774883323257971206351702095246698155155386745302938402875538116547647021840764917839298560000000
X^0j^7	−58445632226624190723065966457582291299064189948895265969589342089454439934222817554542972354280176611295000440864768000000
X^0j^8	43203951842476649188512658985848422501925688782487178145438561912987269270445531160316431283824187759814545034444800000
X^0j^9	−13339946958871234940256232104033944516579546888753411614113050261597531483217408252569272113391508222115840000000
X^0j^{10}	66038371389636004231369587520083148364539740101165644077777572243459301021108293222900690955770643087360000
X^0j^{11}	−24815338823052785922618705404197928447508499255194813609689775247739313859618186063954769136844800000
X^0j^{12}	33663111899188794323808226024923504062210783322377352188346609279862470033599251565267386368000
X^0j^{13}	−13387233438020708353139728600394626902165496390111139493100898056220308464159990743040000
X^0j^{14}	17759171349905941686176334035603125551349816994432727153155912033565332137574400
X^0j^{15}	−78537118839697640686360635295247094568599407646025705619876347020902400
X^0j^{16}	55017970322053943664926362099352524482515751552 0
X^0j^{17}	−1284733088879405339432160
X^0j^{18}	1

Taula 18 (cont.)

Φ_{11}

Monomis en X^{11}	
X^{12}	1
$X^{11}j^0$	296470902355240575283200000
$X^{11}j^1$	−37464200635670139351581761 2
$X^{11}j^2$	27209811658056645815522600
$X^{11}j^3$	−529134841844639613861795
$X^{11}j^4$	4297837238774928467520
$X^{11}j^5$	−17899526272883039048
$X^{11}j^6$	42570393135641712
$X^{11}j^7$	−61058988656490
$X^{11}j^8$	53686822816
$X^{11}j^9$	−28278756
$X^{11}j^{10}$	8184
$X^{11}j^{11}$	−1

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^0$	2929833198111019736660252609041310687931924480000000 0
$X^{10}j^1$	3344646792637984203053268783834103955211018792960000 0
$X^{10}j^2$	1587728122949690904187089204116332301200302760915266
$X^{10}j^3$	1413137888877814266158269394754984478586349332580 0
$X^{10}j^4$	3537241446036179679031200706019189080313412732 0
$X^{10}j^5$	2889054533585594928508600389846191734502616 0
$X^{10}j^6$	7848482999227584325448694633580010490867
$X^{10}j^7$	6454708335664258757174896189041522 40
$X^{10}j^8$	1240779638771209351473641326449 6
$X^{10}j^9$	3013497185481298197854726 4
$X^{10}j^{10}$	1608331026427734378
$X^{10}j^{11}$	8184

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^9	
X^9j^0	96512254666034929840672406394088425274387363317612929033752830541824000000000
X^9j^1	$-$145817825459729520783998078676862301865023430693233139301363495206912000000
X^9j^2	80443641830799573874013259816689336509946884208970590052505062789120000
X^9j^3	$-$19918845291776424298705008308936486092727411544119738233186612682582
X^9j^4	22148485195925584385790489089697473918894904664093860668378292000
X^9j^5	$-$99477482610269196092241064949462908548685624271443900381218
X^9j^6	14690460927260804690751501000083244161647396386205851440
X^9j^7	$-$51135193038502008150804190472844550800569441050500
X^9j^8	24228593349948582884094197811518266845689352
X^9j^9	$-$57338874884368353269100905119495543
X^9j^{10}	30134971854812981978547264
X^9j^{11}	$-$28278756

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	133858640091235707342039979563564340059983691898629798292817933514992045260800000000000
X^8j^1	66806304467998310581793391194791115184805127528413091235284315294143736709120000000000
X^8j^2	17179043501838041690324787861082464891954339824640101239534143249092192501760000000
X^8j^3	79513247125057906492841989395207442300133781750924860449090230806481243648000000
X^8j^4	84985007087251938907183296552305749628167841394436365910869067689897290500 95
X^8j^5	20833421076275150056494620449708233722291046128465105021587258664146320 0
X^8j^6	98780780133401998863150081908866148728171294778883352355255929956 0
X^8j^7	6368610231417675655800395811918180690635792592904646883988 80
X^8j^8	29211180544704743418963619709378403797452606969172658
X^8j^9	24228593349948582884094197811518266845689352
X^8j^{10}	124077963877120935147364132644 96
X^8j^{11}	53686822816

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^7	
X^7j^0	6188407231077618898963630168852515740786353884433068325499928283199453301571584000000000000000000
X^7j^1	−241559572537644189753077428231295861870612436207563395156025710750612369922945187840000000000000
X^7j^2	44681231489418997440503069818655052635806384532381152777755381649015689662976491520000000000
X^7j^3	−22093249696627933419655226823604057638897222562682635800269909178325710985117040640000000
X^7j^4	29731196727162122194564718811128885698355755785340651271758568196487326828546048000000
X^7j^5	−75948585201267973403627533631138995089882647284307484579413691458563029509971992
X^7j^6	24790023356193929438861279985747642436485625176909488028808653790427939640 0
X^7j^7	−64999046469909490143435875140651300541119093852394968074094803537810
X^7j^8	6368610231417675655800395811918180690635792592904646883988 80
X^7j^9	−51135193038502008150804190472844550800569441050500
X^7j^{10}	64547083356642587571748961890415224 0
X^7j^{11}	−61058988656490

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^6	
X^6j^0	95356266594731795079493309965756674711058734831164489212811553129058773080352804044800000000000000000000
X^6j^1	$-$9533344735644328721040449737405040413249176327450654861933718969191981104697043845120000000000000000000
X^6j^2	3049404424655031011787189562842127337917305063056839707239111068836655853580445758259200000000000000
X^6j^3	$-$7211912299746007510535159486199919697482960389278446632552985263875183091897870581760000000000
X^6j^4	193873837382174012147044636866579741283308287387546853037164291333930267899968094208000000
X^6j^5	22408039988662749514977165469236917709405964994082530518207822559429205724270264320000
X^6j^6	116815016752657583785776151035964777394325808926999260525547809649969578378930012 4
X^6j^7	24790023356193929438861279985747642436485625176909488028808653790427939640 0
X^6j^8	98780780133401998863150081908866148728171294778883352355255929956 0
X^6j^9	14690460927260804690751501000083244161647396386205851440
X^6j^{10}	78484829992275843254486946336 80010490867
X^6j^{11}	42570393135641712

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	$-311135714890286591241798839183635025168280538591757187756842266421807890101000493596672000000000000000000000000$
X^5j^1	$-784037924821419672964306279649326942508185993010014130404793290934602248317151001706496000000000000000000000$
X^5j^2	$971814871813934664738444920164383351748884802969739657428927851591332936052451049472000000000000000000000$
X^5j^3	$-132899390746510815213576388699982507144408409988109860756557471614019142636997892793958400000000000000$
X^5j^4	$-177994641867075262695184980920462608604060357466681128822395417442867019643767352197120000000000$
X^5j^5	$-150572973117089225265805144105638484783346937586249997741086009686674872608273884774400000000$
X^5j^6	$224080399886627495149771654692369177094059649940825305182078225594292057242702643200000$
X^5j^7	$-75948585201267973403627533631138995089882647284307484579413691458563029509971992$
X^5j^8	$208334210762751500564946204497082337222910461284651050215872586641463200$
X^5j^9	$-994774826102691960922410649494629085486856242714439003812180$
X^5j^{10}	$28890545335855949285086003898461917345026160$
X^5j^{11}	-17899526272883039048

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^4	
X^4j^0	437146826371712360213676049668333053099237469748508946653253316043623031097157770679418880000000000000000000000000
X^4j^1	5965960957703096163754111028911202107809110476718778782254907886939420543930245289345024000000000000000000000000
X^4j^2	37849497779754995936017806815293381804433507815709377163995548026135193016911376504848384000000000000000000000
X^4j^3	−5103877887046737531717462741428120301678915339226544988035346387100434881641167747809280000000000000000000
X^4j^4	150434231655639666456182846097303601760052653925187455801519107271570286990060283882373120000000000000
X^4j^5	−17799464186707526269518498092046260860406035746668112882239541744286701964376735219712000000000000
X^4j^6	193873837382174012147044636866579741283308287387546853037164291333930267899968094208000000
X^4j^7	29731196727162122194564718811128885698355755785340651271758568196487326828546048000000
X^4j^8	84985007087251938907183296552305749628167841394436365910869067689897290500 95
X^4j^9	22148485195925584385790489089697473918894904664093860668378292000
X^4j^{10}	3537241446036179679031200706019189080313412732 0
X^4j^{11}	4297837238774928467520

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	$-337500037290942764495395868386562971754016116785390841072048221617443316658082155384012800000000000000000000000000000000$
X^3j^1	$49375172922214965103545706306864230550823345346940139594497429643819668772877069560315904000000000000000000000000000000$
X^3j^2	$10386772017899149913620904659613773027691470659854872222856726891589181757160972364441190400000000000000000000000000000$
X^3j^3	$-92546146645552252360798007236647844023557595951194528826860477082545130084505960593752064000000000000000000000000000$
X^3j^4	$-51038778870467375317174627414281203016789153392265449880353463871004348816411677478092800000000000000000000000000$
X^3j^5	$-13289939074651081521357638869998250714440840998810986075655747161401914263699789279395840000000000000$
X^3j^6	$-72119122997460075105351594861999196974829603892784466325529852638751830918978705817600000000000$
X^3j^7	$-22093249696627933419655226823604057638897222562682635800269909178325710985117040640000000$
X^3j^8	$795132471250579064928419893952074423001337817509248604490902308064812436480000000$
X^3j^9	$-19918845291776424298705008308936486092727411544119738233186612682582 0$
X^3j^{10}	$1413137888877814266158269394754984478586349332580 0$
X^3j^{11}	$-529134841844639613861795$

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	150919970644926437310524424936897097720995917306649144993915390043403799831622813168435200000000000000000000000000000000000
X^2j^1	−417519094737708994161145213538320499717294846522136843211955441884544692965556614699417600000000000000000000000000000000000
X^2j^2	−30185163438159183334623839438790756382879337939111944561459516127276945552769827071642828800000000000000000000000000000
X^2j^3	10386772017899149913620904659613773027691470659854872222856726891589181757160972364441190400000000000000000000000000
X^2j^4	37849497779754995936017806815293381804433507815709377163995548026135193016911376504848384000000000000000000000
X^2j^5	97181487181393466473844492016438335174888480296973965742892785159133293605245104947200000000000000000000
X^2j^6	30494044246550310117871895628421273379173050630568397072391110688366558535804457582592000000000000
X^2j^7	44681231489418997440503069818655052635806384532381152777755381649015689662976491520000000000
X^2j^8	17179043501838041690324787861082464891954339824640101239534143249092192501760000000
X^2j^9	80443641830799573874013259816689336509946884208970590052505062789120000
X^2j^{10}	158772812294969090418708920411633230120030276091526
X^2j^{11}	27209811658056645815522600

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^1	
X^1j^0	$-37084768966612342611665951385866208467826602375745368887843933809448565515323926526925209600000000000000000000000000000000000000$
X^1j^1	$69509864967043900423991054330491268603961035353006427288950748194677267543752360550255820800000000000000000000000000000000000$
X^1j^2	$-41751909473770899416114521353832049971729484652213684321195544188454469296555661469941760000000000000000000000000000000000$
X^1j^3	$49375172922214965103545706306864230550823345346940139594497429643819668772877069560315904000000000000000000000000000000$
X^1j^4	$59659609577030961637541110289112021078091104767187787822549078869394205439302452893450240000000000000000000000000$
X^1j^5	$-78403792482141967296430627964932694250818599301001413040479329093460224831715100170649600000000000000000000$
X^1j^6	$-95333447356443287210404497374050404132491763274506548619337189691919811046970438451200000000000000000$
X^1j^7	$-24155957253764418975307742823129586187061243620756339515602571075061236992294518784000000000000$
X^1j^8	$66806304467998310581793391194791115184805127528413091235284315294143736709120000000000$
X^1j^9	$-14581782545972952078399807867686230186502343069323313930136349520691200000000$
X^1j^{10}	$33446467926379842030532687838341039552110187929600000$
X^1j^{11}	$-37464200635670139351581761 2$

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^0	39242334509452765490869646240872004909952472337067462708993642064267017406194168673924546560000000000000000000000000000000000000000
X^0j^1	−37084768966612342611665951385866208467826602375745368887843933809448565515323926526925209600000000000000000000000000000000000000
X^0j^2	150919970644926437310524424936897097720995917306649144993915390043403799831622813168435200000000000000000000000000000000000000
X^0j^3	−33750003729094276449539586838656297175401611678539084107204822161744331665808215538401280000000000000000000000000000000000
X^0j^4	43714682637171236021367604966833305309923746974850894665325331604362303109715777067941888000000000000000000000000000
X^0j^5	−31113571489028659124179883918363502516828053859175718775684226642180789010100049359667200000000000000000000000
X^0j^6	95356266594731795079493309965756674711058734831164489212811553129058773080352804044800000000000000000000
X^0j^7	61884072310776188989636301688525157407863538844330683254999282831994533015715840000000000000000000
X^0j^8	13385864009123570734203997956356434005998369189862979829281793351499204526080000000000000
X^0j^9	96512254666034929840672406394088425274387363317612929033752830541824000000000
X^0j^{10}	2929833198111019736660252609041310687931924480000000
X^0j^{11}	29647090235524057528320000
X^0j^{12}	1

Taula 18 (cont.)

Φ_{13}

Monomis en X^{13}	
X^{14}	1
$X^{13}j^0$	157877560169850996639791677440000
$X^{13}j^1$	−3268570271462117509294820988980 6
$X^{13}j^2$	381306697545067172112130480771 2
$X^{13}j^3$	−11758927794007215192146609574 0
$X^{13}j^4$	150848452778071751487168020 0
$X^{13}j^5$	−9980376107988974265288009
$X^{13}j^6$	38373375189621696878784
$X^{13}j^7$	−91944131414745883208
$X^{13}j^8$	142727120530755696
$X^{13}j^9$	−145742356534710
$X^{13}j^{10}$	97116140576
$X^{13}j^{11}$	−40616316
$X^{13}j^{12}$	9672
$X^{13}j^{13}$	−1

Monomis en X^{12}	
$X^{12}j^0$	830844133506164061834958759825864958259003751287603855360000 0
$X^{12}j^1$	157870586217596053304332218736965888119051656824626442141696000
$X^{12}j^2$	128937700871002091977789276274163971476026692993246650341274 51
$X^{12}j^3$	207577177886168263601723424708043354620195244558620874018272
$X^{12}j^4$	101092246062208103336707928052114103708519334909309527720 8
$X^{12}j^5$	178720676747565139830404290631988769637242589184741748 0
$X^{12}j^6$	123425716245245372286623761807878327995259939967917 6
$X^{12}j^7$	333551826778342195432371586876023049547129080896
$X^{12}j^8$	32988905472599070890328795217808043240900816
$X^{12}j^9$	10171314689618300487057666112204426410 72
$X^{12}j^{10}$	70382278615707028623998250512621 04
$X^{12}j^{11}$	53397040174923874722768629 44
$X^{12}j^{12}$	63336131453282305176
$X^{12}j^{13}$	9672

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{11}	
$X^{11}j^0$	14574627186598570130300696869072707362311015418915155797852031434048976035214943846400000000
$X^{11}j^1$	−26024133466189772416914847706277809037057561982674314910488756885631855317083383398400000
$X^{11}j^2$	17931261943799526886278556889253814058731663593247293468631859795681781964889766297600
$X^{11}j^3$	−60259084880308652560754125957376955923094701831235097378932424092592846288059835756
$X^{11}j^4$	10335702376336052876569385632176208762756384874046214470799722804104208232161120
$X^{11}j^5$	−87417469046345585847874003497367779787464972072491120720290834965336810183 6
$X^{11}j^6$	331575326449921685414791151142774237079206320436392379449902542170827 84
$X^{11}j^7$	−48180659100525066166820926394691378958373916317627725063336949631 6
$X^{11}j^8$	21173241991783042443932908470667876944152134689574101468382 08
$X^{11}j^9$	−19675759988346704214119060704991197101209239105940220 72
$X^{11}j^{10}$	21419141105742032876501842210118798889374167574 4
$X^{11}j^{11}$	−93606284902182411978466067186220016198 8
$X^{11}j^{12}$	533970401749238747227686294 4
$X^{11}j^{13}$	−40616316

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^{10}	
$X^{10}j^0$	760534873501721262587583718497845761508163481594336701502089177562668123337475220302934835200000000000
$X^{10}j^1$	61836502572968720802662184408251867258686647873218394086974788996836454317812999195254482534400000000
$X^{10}j^2$	26786657366897690499000181091405982640357500693053082445181310357435778198242278282069362606080000000
$X^{10}j^3$	23089165803737053635463211203465218651376490887137089609505648148859505967936312082687551242240000
$X^{10}j^4$	53943406695283863360105831408035182972876818561388149730249415528148386281752590011662351460 1
$X^{10}j^5$	3687756239896611474325489585250815451381734375457188982059620509399746912311372698450832 0
$X^{10}j^6$	70760230695433596126438774739283071460912495129434124922798839338072233415041692342 4
$X^{10}j^7$	331907401512677500334062749845196660862177698561706846404048127387582485371344 0
$X^{10}j^8$	29652698060293005189821536455769998783433152731994002498815876160727668 40
$X^{10}j^9$	33337671493046159763036641067214536364237380134874423096270916512 0
$X^{10}j^{10}$	230315652633923641624498115850355712496992339765560259593 6
$X^{10}j^{11}$	21419141105742032876501842210118798889374167574 4
$X^{10}j^{12}$	70382278615707028623998250512621 04
$X^{10}j^{13}$	97116140576

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^9	
X^9j^0	1322879485922428197306863881977217265864210466489411984151641322024953870612679188734890027065016320000000000000000
X^9j^1	−867407269476658125983216198455842425824234550946156206891628433326167229948593507525902782349443072000000000000000
X^9j^2	258724639084492890167506285555673727101853288484834630834940771825704443391885174073174652299362959360000000000
X^9j^3	−20678078537212882761694153848026684161510425619867392882628417971589808513139875419201055859633291264000000
X^9j^4	57166779209857436552015001201016770071901026089125150812068768296427939293370372981922420223074304000000
X^9j^5	−474980656775733704222417133934306465523573652393831168608700490473956434788522583600537536840594898
X^9j^6	89687070598779297939538166399996250530856567811464440579126863887064040827532286942608471299 20
X^9j^7	−289718337220047696082183518986029970238737189184965845695427414687216049253505652768009 52
X^9j^8	11510485988607799847944664306226745280653016997751179971212105953518910829665118960
X^9j^9	−3446428446108873653338438122607890222998287145071532602786604033089435617 18
X^9j^{10}	3333767149304615976303664106721453636423738013487442309627091651 20
X^9j^{11}	−19675759988346704214119060704991197101209239105940220 72
X^9j^{12}	10171314689618300487057666112204426410 72
X^9j^{13}	−145742356534710

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^8	
X^8j^0	767013621315952423931475176267170123577142608595930709148835175130350223089832292329376203694232005771264000000000000000000
X^8j^1	−913844005726821508929480521086904504761295550807304466343649705885472617699094229816628221421776732684288000000000000000
X^8j^2	3676998803025077695221849063385763499302828897996876096126007401352629314105461895034750850550619197931520000000000000
X^8j^3	−623330217356775601716427499006355649158929417453836923172630139923722104895628917793149597882813838786560000000000
X^8j^4	−609541439144095479517886966349942582829153845276665356625632792106358406213730510405271168722300986982400000
X^8j^5	57575589210484460152665549194023447373335011001529746302251081319203841267221075367886491815136760135680000
X^8j^6	4154317234026427027207311309349269418577974740970209700186195136680174590515736593733098709386433975630
X^8j^7	21552187533447828218536177661337794737251389893261066774085302242502569879046134551965775226963840
X^8j^8	76362937753428023952500175279701834203789763113096929534019661566633061404803169284960168 0
X^8j^9	11510485988607799847944664306226745280653016997751179971212105953518910829665118960
X^8j^{10}	29652698060293005189821536455769998783433152731994002498815876160727668 40
X^8j^{11}	21173241991783042443932908470667876944152134689574101468382 08
X^8j^{12}	32988905472599070890328795217808043240900816
X^8j^{13}	142727120530755696

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^7	
X^7j^0	66829334150181693395733549605487911633242059793148257435222656254771339933627547003847032182942337299644416000000000000000000000000
X^7j^1	−46533702088487793587418574852021896544563119382251911111304580026079818013396217911566243218639922610674073600000000000000000000
X^7j^2	−22666849699619920377735222971641746109699580490976876329719664724516895982148218993139427049308673775396454400000000000000000
X^7j^3	30362839684962324738850161770476912606962780695492572490920770126559021216233266316332399903794509348077568000000000000000
X^7j^4	−18313220589707554303919628836565371160582541687979396960418053123247399413186658869150749995799620001726464000000000
X^7j^5	−37026651271437609799981542788120854261667161145517450451286075845368200993290022432684646605197054794792960000000
X^7j^6	18743305193414849753717879206416014422644974314656276952381332580610827192782997847660496921680394416947200 0
X^7j^7	−35392946069637472674792657465947481567098813061712843626550321021982353698377955893565416791859772798 48
X^7j^8	21552187533447828218536177661337794737251389893261066774085302242502569879046134551965775226963 84
X^7j^9	−28971833722004769608218351898602997023873718918496584569542741468721604925350565276800952
X^7j^{10}	33190740151267750033406274984519666086217769856170684640404812738758248537134 40
X^7j^{11}	−48180659100525066166820926394691378958373916317627725063336949631 6
X^7j^{12}	33355182677834219543237158687602304954712908089 6
X^7j^{13}	−91944131414745883208

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^6	
X^6j^0	32682400306969167784237244568396417700093090374383454921662189273158145480159783228078702900341910705390223360000000000000000000000000
X^6j^1	34208636313948962505255416382800378890590483698550917680568729071142350960549152337412536609529405160000847872000000000000000000000000
X^6j^2	17580176154172129661416314476079796199958154573796624239989840224590442409689294248436983762639249296043121049600000000000000000000
X^6j^3	$-$17733806301048501011486217516580565338695560468655559232106708808776991496975958558628543386809658957681917952000000000000000000
X^6j^4	17722361050304472620163034691211680403065699682566045788144444570455590725483253301914282961928612252886237184000000000000000
X^6j^5	$-$14104739991133760969213252069270339324432998082799220805437301377109238361588288990539668202135875455832555520000000000
X^6j^6	21919503989502556482532977985659185423685666886088290313930781118854798926106308297736210617657464845238272000000
X^6j^7	18743305193414849753717879206416014422644974314656276952381332580610827192782997847660496921680394416947200 0
X^6j^8	41543172340264270272073113093492694185779747409702097001861951366801745905157365937330987093864339756 3
X^6j^9	89687070598779297939538166399996250530856567811464440579126863887064040827532286942608471299 20
X^6j^{10}	70760230695433596126438774739283071460912495129434124922798839338072233415041692342 4
X^6j^{11}	33157532644992168541479115114277423707920632043639237944990254217082784
X^6j^{12}	12342571624524537228662376180787832799525995996791 76
X^6j^{13}	38373375189621696878 784

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^5	
X^5j^0	9588872283004255982161500221884159521192006287331103582005553271265638411098594831548461012335275870887136460800000000000000000000000000000
X^5j^1	161779632573369396142661299196710601034621823389117027950074289552620924240410229905117779607752851264426003660800000000000000000000000000
X^5j^2	−56485919496592546856596920033443383796389547585571511988443906910209837724843330095076110374271499464206817689600000000000000000000000
X^5j^3	−94180237846246551124444705080916111453689286834564032836084200082172455950549238149713397760785442747591530905600000000000000000000
X^5j^4	828973674649555922651050874150305990627094598448649047796953362599591050742151260055665892525003926982843432960000000000000000000
X^5j^5	562757619416121581008819867611570003324105013112147387796597047563772412530202588973355024601572506479466905600000000000000000
X^5j^6	−14104739991133760969213252069270339324432998082799220805437301377109238361588288990539668202135875455832555520000000000
X^5j^7	−37026651271437609799981542788120854261667161145517450451286075845368200993290022432684646605197054794792960000000
X^5j^8	57575589210484460152665549194023447373335011001529746302251081319203841267221075367886491815136760135680000
X^5j^9	−47498065677573370422241713393430646552357365239383116860870049047395643478852258360053753684059489 8
X^5j^{10}	3687756239896611474325489585250815451381734375457188982059620509399746912311372698450832 0
X^5j^{11}	−87417469046345585847874003497367779787464972072491120720290834965336810183 6
X^5j^{12}	178720676747565139830404290631988769637242589184741748 0
X^5j^{13}	−99803761079889742652880 9

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^4	
X^4j^0	1885223597142817735215521923030446116923320678716240056759672332116990135924145606946025364033903751052868452352000000000000000000000000000000000
X^4j^1	−47724543950999705883768898128923878995847282415243314594520385272960290614120990510474995106232950313450261708800000000000000000000000000000000
X^4j^2	58405353917014162404952148388731205467622015248477898593099624781969985828433123084038663979821981572463218130944000000000000000000000000000000
X^4j^3	−24885848452127894014624454936412695642180132782686131038890849143846266810389567025962091921161996214123131568128000000000000000000000000000
X^4j^4	40816741173297288044892067724648311224151220701513081178351020447250725177150016830944597914026733869657447464960000000000000000000000
X^4j^5	828973674649555922651050874150305990627094598448649047796953362599591050742151260055665892525003926982843432960000000000000000000
X^4j^6	17722361050304472620163034691211680403065699682566045788144444570455590725483253301914282961928612252886237184000000000000000
X^4j^7	−18313220589707554303919628836565371160582541687979396960418053123247399413186658869150749995799620001726464000000000
X^4j^8	−60954143914409547951788696634994258282915384527666535662563279210635840621373051040527116872230098698240000000
X^4j^9	57166779209857436552015001201016770071901026089125150812068768296427939293370372981922420223074304000000
X^4j^{10}	53943406695283863360105831408035182972876818561388149730249415528148386281752590011662351460 1
X^4j^{11}	10335702376336052876569385632176208762756384874046214470799722804104208232161120
X^4j^{12}	10109224606220810333670792805211410370851933490930952772 08
X^4j^{13}	150848452778071751487168020 0

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^3	
X^3j^0	22236398027215399937779019690353966999876882002081199329677306063131993047041542443852802352851578390365960404992000000000000000000000000000000000
X^3j^1	−18523250756074935475748826442849003107663058180911789537451340119533175078216196657397689870988309306535951781068800000000000000000000000000000000
X^3j^2	60459932962707148685750780439295720777105469153376987257360608129644675668266607620124314344109550426506206904320000000000000000000000000000000
X^3j^3	−49835347808986238372081481208995381704426939949179762856627697162268489932190531102712929406600678990703818178560000000000000000000000000000
X^3j^4	−24885848452127894014624454936412695642180132782686131038890849143846266810389567025962091921161996214123131568128000000000000000000000000
X^3j^5	−941802378462465511244447050809161114536892868345640328360842000821724559505492381497133977607854427475915309056000000000000000000
X^3j^6	−17733806301048501011486217516580565338695560468655559232106708808776991496975958558628543386809658957681917952000000000000000000
X^3j^7	3036283968496232473885016177047691260696278069549257249092077012655902121623326631633239990379450934807756800000000000000
X^3j^8	−623330217356775601716427499006355649158929417453836923172630139923722104895628917793149597882813838786560000000000
X^3j^9	−20678078537212882761694153848026684161510425619867392882628417971589808513139875419201055859633291264000000
X^3j^{10}	230891658037370536354632112034652186513764908871370896095056481488595059679363120826875512422400 0
X^3j^{11}	−60259084880308652560754125957376955923094701831235097378932424092592846288059835756
X^3j^{12}	207577177886168263601723424708043354620195244558620874018272
X^3j^{13}	−11758927794007215192146609574 0

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^2	
X^2j^0	14721337141415657371353948387404382750039069688306818757905360046710199410422590108925835989592044270217469938892800000000000000000000000000000000000000
X^2j^1	−37066027755072565194081927511328660876696510055655033788696425898925604370808677258232777955584843608603884519424000000000000000000000000000000000000
X^2j^2	26281453854686565480854489645262487309390226496990889730097271768767754182467308700379350639320763133343165317120000000000000000000000000000000000
X^2j^3	60459932962707148685750780439295720777105469153376987257360608129644675668266607620124314344109550426506206904320000000000000000000000000000000
X^2j^4	58405353917014162404952148388731205467622015248477898593099624781969985828433123084038663979821981572463218130944000000000000000000000000000
X^2j^5	−56485919496592546856596920033443383796389547585571511988443906910209837724843330095076110374271499464206817689600000000000000000000000
X^2j^6	17580176154172129661416314476079796199958154573796624239989840224590442409689294248436983762639249296043121049600000000000000000000
X^2j^7	−22666849699619920377735222971641746109699580490976876329719664724516895982148218993139427049308673775396454400000000000000000
X^2j^8	36769988030250776952218490633857634993028288979968760961260074013526293141054618950347508505506191979315200000000000000
X^2j^9	25872463908449289016750628555567372710185328848483463083494077182570444339188517407317465229936295936000000000
X^2j^{10}	26786657366897690499000181091405982640357500693053082445181310357435778198242278282069362606080000000
X^2j^{11}	17931261943799526886278556889253814058731663593247293468631859795681781964889766297600 0
X^2j^{12}	12893770087100209197778927627416397147602669299324665034127451
X^2j^{13}	381306697545067172112130480771 2

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^1	
X^1j^1	$-339053099388089332266959393901985328699124681942797009171602739355273595888658652485956896255510896710516148797440000000000000000000000000000000000000000$
X^1j^2	$-37066027755072565194081927511328660876696510055655033788696425898925604370808677258232777955584843608603884519424000000000000000000000000000000000000000$
X^1j^3	$-18523250756074935475748826442849003107663058180911789537451340119533175078216196657397689870988309306535951781068800000000000000000000000000000000000000$
X^1j^4	$-47724543950999705883768898128923878995847282415243314594520385272960290614120990510474995106232950313450261708800000000000000000000000000000000000$
X^1j^5	$161779632573369396142661299196710601034621823389117027950074289552620924240410229905117779607752851264426003660800000000000000000000000000000000$
X^1j^6	$342086363139489625052554163828003788905904836985509176805687290711423509605491523374125366095294051600008478720000000000000000000000000$
X^1j^7	$-46533702088487793587418574852021896544563119382251911111304580026079818013396217911566243218639922610674073600000000000000000000$
X^1j^8	$-913844005726821508929480521086904504761295550807304466343649705885472617699094229816628221421776732684288000000000000000000$
X^1j^9	$-867407269476658125983216198455842425824234550946156206891628433326167229948593507525902782349443072000000000000000$
X^1j^{10}	$6183650257296872080266218440825186725868664787321839408697478899683645431781299919525448253440000000000$
X^1j^{11}	$-260241334661897724169148477062778090370575619826743149104887568856318553170833833984000000$
X^1j^{12}	$157870586217596053304332218736965888119051656824626442141696000$
X^1j^{13}	$-3268570271462117509294820988 9806$

Taula 18 (cont.)

Monomis en X^0	
X^0j^2	14721337141415657371353948387404382750039069688306818757905360046710199410422590108925835989592044270217469938892800000000000000000000000000000000000000
X^0j^3	22236398027215399937779019690353966999876882002081199329677306063131993047041542443852802352851578390365960404992000000000000000000000000000000000000
X^0j^4	18852235971428177352155219230304461169233206787162400567596723321169901359241456069460253640339037510528684523520000000000000000000000000000000000
X^0j^5	95888722830042559821615002218841595211920062873311035820055532712656384110985948315484610123352758708871364608000000000000000000000000000000000
X^0j^6	32682400306969167784237244568396417700093090374383454921662189273158145480159783228078702900341910705390223360000000000000000000000000000
X^0j^7	66829334150181693395733549605487911633242059793148257435222656254771339933627547003847032182942337299644416000000000000000000000000
X^0j^8	76701362131595242393147517626717012357714260859593070914883517513035022308983229232937620369423200577126400000000000000000000
X^0j^9	13228794859224281973068638819772172658642104664894119841516413220249538706126791887348900270650163200000000000000000
X^0j^{10}	76053487350172126258758371849784576150816348159433670150208917756266812333747522030293483520000000000000
X^0j^{11}	14574627186598570130300696869072707362311015418915155797852031434048976035214943846400000000
X^0j^{12}	830844133506164061834958759825864958259003751287603855360000000
X^0j^{13}	157877560169850996639791677440000
X^0j^{14}	1

Taula 19

Equacions de $X_0(N)$

Entrades:

Taula 19a: Els enters N tals que $X_0(N)$ és el·líptica.
Taula 19b: Els enters N tals que $X_0(N)$ és hiperel·líptica de gènere $g > 1$.

Contingut:

Taula 19a: Equacions de models plans de $X_0(N)$.
Taula 19b: Equacions de models plans de $X_0(N)$.

Referències: [**Go 92**].

Taula 19a

N	equació
11	$y^2 = x^4 + 4x^3 - 88x^2 - 668x - 1272$
14	$y^2 = x^4 - 14x^3 + 19x^2 - 14x + 1$
15	$y^2 = x^4 - 10x^3 - 13x^2 + 10x + 1$
17	$y^2 = x^4 + 2x^3 - 39x^2 - 176x - 212$
19	$y^2 = x^4 - 32x^2 - 76x - 48$
20	$y^2 = x^4 - 8x^3 - 2x^2 - 8x + 1$
21	$y^2 = x^4 - 6x^3 - 17x^2 - 6x + 1$
24	$y^2 = x^4 - 8x^3 + 2x^2 + 8x + 1$
27	$y^2 = x^4 - 18x^2 - 36x - 27$
32	$y^2 = x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 16x + 4$
36	$y^2 = x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x + 1$
49	$y^2 = x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3$

Taula 19b

N	equació
22	$y^2 = x^6 + 12x^5 + 56x^4 + 148x^3 + 224x^2 + 192x + 64$
23	$y^2 = x^6 + 4x^5 - 18x^4 - 142x^3 - 351x^2 - 394x - 175$
26	$y^2 = x^6 - 8x^5 + 8x^4 - 18x^3 + 8x^2 - 8x + 1$
28	$y^2 = x^6 + 6x^5 + 25x^4 + 60x^3 + 100x^2 + 96x + 64$
29	$y^2 = x^6 + 2x^5 - 17x^4 - 66x^3 - 83x^2 - 32x - 4$
30	$y^2 = x^8 + 6x^7 + 9x^6 + 6x^5 - 4x^4 - 6x^3 + 9x^2 - 6x + 1$
31	$y^2 = x^6 - 4x^5 - 14x^4 - 94x^3 - 159x^2 - 98x - 27$
33	$y^2 = x^8 + 8x^7 + 38x^6 + 108x^5 + 227x^4 + 324x^3 + 342x^2 + 216x + 81$
35	$y^2 = x^8 - 4x^7 - 6x^6 - 4x^5 - 9x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x + 1$
37	$y^2 = x^6 - 4x^5 - 40x^4 + 348x^3 - 1072x^2 + 1532x - 860$
39	$y^2 = x^8 - 6x^7 + 3x^6 + 12x^5 - 23x^4 + 12x^3 + 3x^2 - 6x + 1$
40	$y^2 = x^8 + 8x^6 - 2x^4 + 8x^2 + 1$
41	$y^2 = x^8 + 4x^7 - 8x^6 - 66x^5 - 120x^4 - 56x^3 + 53x^2 + 36x - 16$
46	$y^2 = x^{12} + 10x^{11} + 49x^{10} + 166x^9 + 418x^8 + 824x^7 + 1301x^6 +$ $+1648x^5 + 1672x^4 + 1328x^3 + 784x^2 + 320x + 64$
47	$y^2 = x^{10} + 4x^9 + 2x^8 - 32x^7 - 135x^6 - 294x^5 -$ $-424x^4 - 410x^3 - 268x^2 - 100x - 19$
48	$y^2 = x^8 + 14x^4 + 1$
50	$y^2 = x^6 - 4x^5 - 10x^3 - 4x + 1$
59	$y^2 = x^{12} + 4x^{11} - 28x^9 - 84x^8 - 152x^7 - 202x^6 - 212x^5 -$ $-176x^4 - 120x^3 - 68x^2 - 24x - 11$
71	$y^2 = x^{14} + 4x^{13} - 2x^{12} - 38x^{11} - 77x^{10} - 26x^9 + 111x^8 + 148x^7 +$ $+x^6 - 122x^5 - 70x^4 + 30x^3 + 40x^2 + 4x - 11$

Taula 20

Equacions de $X_0(N)/\langle w_m \rangle$

Entrades:

Algunes parelles (N, m) tals que la corba $X_0(N)/\langle w_m \rangle$ és el·líptica.

Contingut:

Equacions de models plans de $X_0(N)/\langle w_m \rangle$.

Nom de la corba a les taules d'Antwerp.

Referències: **[Bi 73]**, **[Ke 79]**, **[Ku 76]**, **[Ma-Vé 72]**, **[Ma-Sw 74]**.

Taula 20

N	m	equació 1	equació 2	nom
22	2	$Y^2 = (X-4)(X^3+12X^2+44X+52)$	$y^2+y = x^3-x^2-10x-20$	11B
	22	$Y^2 = (X+4)(X^3+12X^2+44X+52)$	$y^2 = x^3-x^2+1/4$	11A
26	2	$Y^2 = (X+2)(X^3-8X^2+5X-2)$	$y^2+xy+y = x^3-5x-8$	26B
	13	$Y^2 = (X-2)(X^3-8X^2+5X-2)$	$y^2+xy+y = x^3-x^2-3x+3$	26D
28	4	$Y^2 = (X-4)(X+3)(X^2+3X+4)$	$y^2+xy+y = x^3+4x-6$	14C
	28	$Y^2 = (X+4)(X+3)(X^2+3X+4)$	$y^2+xy+y = x^3-x$	14A
30	6	$Y^2 = X^4+6X^3+13X^2+24X+16$	$y^2+xy+y = x^3+4x-6$	14C
33	33	$Y^2 = (X+1)(X^3+7X^2+19X+17)$	$y^2 = x^3-x^2+1/4$	11A
35	5	$Y^2 = (X+1)(X^3-5X^2+3X-19)$	$y^2+y = x^3+x^2+9x+1$	35B
37	37	$Y^2 = X^4-4X^3+12X^2-20X+12$	$y^2+y = x^3-x$	37A
39	3	$Y^2 = X^4-6X^3-X^2+30X-27$	$y^2+xy = x^3+x^2-4x-5$	39B
50	2	$Y^2 = X(X^3-10X^2+25X-20)$	$y^2+xy+y = x^3-x-2$	50E
	25	$Y^2 = (X-4)(X^3-10X^2+25X-20)$	$y^2+xy+y = x^3+x^2-3x+1$	50A

Taula 21

Equacions de $X_1(N)$

Entrades:

Els enters $1 \leq N \leq 20$ tals que la corba $X_1(N)$ és de gènere $g > 0$.

Contingut:

Equacions de models plans de $X_1(N)$.

Definicions:

Corba el·líptica genèrica: $Y^2 + (1-c)XY - bY = X^3 - bX^2$,

$$F(X,Y) := \left(\frac{Y}{X}\right)^2 + \frac{(1-c)Y}{X} + b - X,$$

$$G(X,Y) := \left(c - \frac{Y}{X} - 1\right) F(X,Y) + b,$$

$$r := \frac{b}{c}, \qquad s := \frac{c^2}{b-c}, \qquad t := \frac{r-1}{s-1}, \qquad u := 1-t, \qquad v := \frac{1-r}{u},$$

$$w := \frac{-u(v^2-v-1)+v-1}{u+v-1}, \qquad z := \frac{w-1}{v(w+v^2-v-1)}.$$

Fórmules:

$$P = (0,0), \qquad 2P = (b, bc),$$

$$P = (X,Y) \neq (0,0), \qquad (X,Y) + (0,0) = (F(X,Y), G(X,Y)).$$

Observacions:

Les equacions són de la forma

$$X(aP) = X(-bP), \qquad a + b = N.$$

Referències: **[Bil-Mah 40]**, **[Me 81]**, **[Re 86]**.

Taula 21

N	Equació de $X_1(N)$	
11	$r^2 - r = t^3 - t^2$	
13	$u^2 + u(v^3 - v^2 - 1) - v^2 + v = 0$	
14	$t^2(v^3 - 2v^2 - v + 1) + t(3v^2 - 2v) - v^3 + v^2 = 0$ $y^2 = x^3 + x^2 - 8x + 16$	$v = \frac{4}{4 - x}$ $t = \frac{4x}{2y - x^2 + 2x + 8}$
15	$w^2 + w(v^2 - v - 1) - v + 1 = 0$ $y^2 + xy + y = x^2 + x^3$	$v = 1 + \frac{x}{y}$ $w = \frac{x}{1 + x}$
16	$t^3(v^2 - 2v - 1) + 4t^2v - t(v^3 + v^2) - v^3 + v^2 = 0$ $(x^2 + 3x + 2)y^2 + (x^3 + 4x^2 + 4x)y - x = 0$	$v = \frac{y}{y + x}$ $t = \frac{y}{y - 1}$
17	$w^2v^4 + w^2v^3(w - 3) + wv^2 + v(w - 1)^2(w^2 - w - 1) - (w - 1)^3 = 0$ $y^4 + (x + 2)y^3 + (x^3 + 1)y^2 + (-x^5 - 2x^4 - x^3 - x^2 - x)y - x^5 - 2x^4 - x^3 = 0$	$v = -\frac{1}{x}$ $w = \frac{1 + x + y}{y}$
18	$2vw^3 + w^2(v^3 + v^2 - 4v - 1) - w(2v^2 - v - 2) + v - 1 = 0$ $(x^2 - 2x + 1)y^2 + (-x^3 + x - 1)y + x^3 - x^2 = 0$	$v = 1 - \frac{y}{x}$ $w = \frac{1}{1 + x - y}$
19	$z^4v^7 - z^3v^6(5z - 2) + z^2v^5(7z^2 - 5z + 1) + z^2v^4(2z^2 - 6z + 3) - zv^3(z - 1)(9z^2 - 10z + 2) -$ $-zv^2(z - 1)^2(z^2 - 2z - 1) + v(z - 1)^3(2z^2 + 3z - 1) - z^2(z - 1)^3 = 0$	
20	$z^3(-v^3 + 4v^2 - 4v + 1) + z^2(-5v^2 + 8v - 2) + z(v^4 - v^3 + v^2 - 4v + 1) + v^2 = 0$	

Taula 22

Grau de parametritzacions modulars de corbes de Weil fortes

Entrades:

Els coeficients a_i de les equacions de Weierstraß de les corbes de Weil fortes de les taules d'Antwerp de conductor N, $N \leq 106$.

Contingut:

$w_1,\ w_2 :=$ base orientada de períodes de la corba el·líptica,

$\deg(\varphi) :=$ grau de la parametrització modular.

Definicions:

$E,$ corba el·líptica,

$\mathrm{Vol}(E) := |\mathrm{Im}(w_1\overline{w_2})|,$

$x_1,\ x_2,\ x_3 :=$ coordenades x dels punts de 2-torsió no trivials de E,

$\varphi : X_0(N) \to E,$ parametrització modular de E,

$f,$ forma parabòlica de pes 2 sobre $\Gamma_0(N)$ associada a φ,

$$\varphi_1(\tau) := \int_{\tau_0}^{\tau} 2\pi i f(\tau')d\tau', \qquad \tau_0,\, \tau \in \mathbb{H},$$

$\{P_j,\ P_{j'},\ P_{j''}\},$ òrbites de vèrtexs d'un domini fonamental de $\Gamma_0(N)$,

$M :=$ mitjana aritmètico-geomètrica.

Fórmules:

$$w_1 = \frac{6\pi}{M(\sqrt{x_1 - x_2}, \sqrt{x_1 - x_3})},$$

$$w_2 = \frac{6\pi}{M(\sqrt{x_2 - x_1}, \sqrt{x_2 - x_3})},$$

$$\deg(\varphi) = \frac{1}{2\mathrm{Vol}(E)} \sum_{\substack{\text{òrbites} \\ \text{vèrtexs} \\ \text{dom.fon.}}} \mathrm{Im}(\varphi_1(P_j)\overline{\varphi_1(P_{j'})} + \varphi_1(P_{j'})\overline{\varphi_1(P_{j''})} + \varphi_1(P_{j''})\overline{\varphi_1(P_j)}).$$

Referències: [**Za 85**].

Taula 22

C.E.	a_1	a_2	a_3	a_4	a_6	w_1	w_2	$\deg(\varphi)$
11 B	0	-1	1	-10	-20	1.26921	0.63460 + 1.45882 i	1
14 C	1	0	1	4	-6	1.98134	0.99067 + 1.32549 i	1
15 C	1	1	1	-10	-10	1.40060	1.59624 i	1
17 C	1	-1	1	-1	-14	1.54708	0.77354 + 1.37287 i	1
19 B	0	1	1	-9	-15	1.35976	0.67988 + 2.06355 i	1
20 B	0	1	0	4	4	2.82438	1.41219 + 1.13708 i	1
21 B	1	0	0	-4	-1	1.80446	1.91099 i	1
24 B	0	-1	0	-4	4	2.15652	1.68575 i	1
26 B	1	0	1	-5	-8	1.54673	0.77336 + 1.73967 i	2
26 D	1	-1	1	-3	3	4.34676	2.17338 + 0.90203 i	2
27 B	0	0	1	0	-7	1.76664	0.88332 + 1.52995 i	1
30 A	1	0	1	1	2	3.35195	1.67597 + 1.15839 i	2
32 B	0	0	0	4	0	2.62206	1.31103 + 1.31103 i	1
33 B	1	1	0	-11	0	1.49468	1.37232 i	3
34 A	1	0	0	-3	1	2.24783	1.86418 i	2
35 B	0	1	1	9	1	2.10873	1.05437 + 1.10252 i	2
36 A	0	0	0	0	1	4.20655	2.10327 + 1.21433 i	1
37 A	0	0	1	-1	0	2.99346	2.45139 i	2
37 C	0	1	1	-23	-50	1.08852	1.76761 i	2
38 A	1	1	1	0	1	4.09622	2.04811 + 1.17798 i	2
38 D	1	0	1	9	90	1.89063	0.94532 + 0.60131 i	6
39 B	1	1	0	-4	-5	1.65338	2.28659 i	2
40 B	0	0	0	-7	-6	1.48441	2.01891 i	2
42 A	1	1	1	-4	5	3.47545	1.73772 + 0.78849 i	4
43 A	0	1	1	0	0	5.46869	2.73434 + 1.36318 i	2
44 A	0	1	0	3	-1	2.41394	1.20697 + 1.52703 i	2
45 A	1	-1	0	0	-5	1.84318	0.92159 + 1.61728 i	2
46 A	1	-1	0	-10	-12	1.32181	0.66090 + 1.81841 i	5
48 B	0	1	0	-4	-4	1.68575	2.15652 i	2
49 A	1	-1	0	-2	-1	1.93331	0.96666 + 2.55753 i	1
50 A	1	1	1	-3	1	4.78406	2.39203 + 0.89307 i	2
50 E	1	0	1	-1	-2	2.13949	1.06975 + 1.99697 i	2
51 A	0	1	1	1	-1	2.58018	1.29009 + 1.95268 i	2
52 B	0	0	0	1	-10	1.69097	0.84548 + 1.40116 i	3
53 A	1	-1	1	0	0	4.68764	2.34382 + 1.54059 i	2
54 A	1	-1	1	1	-1	3.09157	1.54578 + 1.82274 i	2

Taula 22 (cont.)

C.E.	a_1	a_2	a_3	a_4	a_6	w_1	w_2	$\deg(\varphi)$
54 E	1	-1	0	12	8	2.10472	1.05236 + 0.89246 i	6
55 B	1	-1	0	-4	3	2.05734	1.72127 i	2
56 A	0	-1	0	0	-4	1.89604	0.94802 + 1.68661 i	4
56 C	0	0	0	1	2	3.49819	1.74910 + 1.14811 i	2
57 B	1	0	1	-7	5	2.17060	1.50405 i	3
57 E	0	-1	1	-2	2	5.55550	2.77775 + 0.95916 i	4
57 F	0	1	1	20	-32	1.46627	0.73314 + 0.92672 i	12
58 A	1	-1	0	-1	1	5.46559	2.73280 + 1.11180 i	4
58 B	1	1	1	5	9	2.58302	1.29151 + 0.96672 i	4
61 A	1	0	0	-2	1	6.13319	3.06660 + 0.99721 i	2
62 A	1	-1	1	-1	1	4.43296	2.21748 + 1.11955 i	2
63 A	1	-1	0	9	0	2.02662	1.10331 + 1.04181 i	4
64 B	0	0	0	-4	0	1.85407	1.85407 i	2
65 A	1	0	0	-1	0	2.69143	2.54253 i	2
66 A	1	0	1	-6	4	2.39127	1.56352 i	4
66 E	1	1	1	-2	-1	2.20439	2.19406 i	4
66 I	1	0	0	-45	81	1.19161	0.94028 i	20
67 A	0	1	1	-12	-21	1.27377	0.63689 + 3.02997 i	5
69 A	1	0	1	-1	-1	2.40586	1.20293 + 2.38697 i	2
70 A	1	-1	1	2	-3	2.36061	1.18030 + 1.56737 i	4
72 A	0	0	0	6	-7	1.94654	0.97327 + 1.24506 i	4
73 B	1	-1	0	4	-3	2.36532	1.18266 + 1.39639 i	3
75 A	0	-1	1	-8	-7	1.40254	0.70127 + 2.33477 i	6
75 C	0	1	1	2	4	3.13617	1.56809 + 1.04413 i	6
75 E	1	0	1	-1	23	2.50547	1.25274 + 0.71386 i	6
76 A	0	-1	0	-21	-31	1.11042	0.55521 + 2.17521 i	6
77 A	1	1	0	4	11	2.65161	1.32581 + 0.89585 i	6
77 D	0	1	1	-49	600	1.54891	0.77446 + 0.38823 i	20
77 F	0	0	1	2	0	3.19978	1.59989 + 1.50716 i	4
78 A	1	1	0	-19	685	1.45044	0.72522 + 0.39783 i	40
79 A	1	1	1	-2	0	2.97540	2.01316 i	2
80 B	0	-1	0	4	-4	2.27417	1.13708 + 1.41219 i	4
80 F	0	0	0	-7	6	2.01891	1.48441 i	4
82 A	1	0	1	-2	0	2.59450	2.23204 i	4
83 A	1	1	1	1	0	3.37447	1.68723 + 1.95716 i	2
84 A	0	-1	0	-1	-2	1.94492	0.97246 + 1.96580 i	6
84 C	0	1	0	7	0	2.19032	1.09516 + 1.19494 i	6

Taula 22 (cont.)

C.E.	a_1	a_2	a_3	a_4	a_6	w_1	w_2	$\deg(\varphi)$
85 A	1	1	0	-8	-13	1.39769	2.66593 i	4
88 A	0	0	0	-4	4	4.25253	2.12626 + 0.82771 i	8
89 A	1	1	0	4	5	2.84461	1.42230 + 1.09245 i	5
89 C	1	1	1	-1	0	5.55263	2.77631 + 1.14968 i	2
90 A	1	-1	1	-8	11	3.97109	1.98555 + 0.71012 i	8
90 E	1	-1	1	13	-61	1.33760	0.66880 + 0.96762 i	16
90 M	1	-1	0	6	0	2.45994	1.22997 + 1.14636 i	8
91 A	0	0	1	1	0	3.89726	1.94863 + 1.66927 i	4
91 B	0	1	1	-7	5	6.03949	3.01975 + 0.72520 i	4
92 A	0	1	0	2	1	3.41039	1.70520 + 1.50940 i	2
92 C	0	0	0	-1	1	4.70709	2.35354 + 1.09829 i	6
94 A	1	-1	1	0	-1	2.71347	1.35673 + 2.15910 i	2
96 A	0	-1	0	-2	0	2.00215	2.34284 i	4
96 E	0	1	0	-2	0	2.34284	2.00215 i	4
98 B	1	1	0	-25	-111	1.00198	0.50099 + 1.12332 i	16
99 A	1	-1	1	-2	0	2.24923	2.36302 i	4
99 C	0	0	1	-3	-5	1.68450	0.84225 + 1.83195 i	6
99 F	1	-1	0	-15	8	1.36429	1.29859 i	12
99 H	1	-1	1	-59	186	1.58461	0.86295 i	12
100 A	0	-1	0	-33	62	1.26310	1.01704 i	12
101 A	0	1	1	-1	-1	2.29512	2.72356 i	2
102 A	1	0	1	-256	1550	1.39303	0.59707 i	24
102 E	1	1	0	-2	0	2.36393	1.94786 i	8
102 G	1	0	0	-34	68	1.47968	0.99348 i	16
104 A	0	1	0	-16	-32	1.18361	0.59181 + 1.85427 i	8
105 A	1	0	1	-3	1	2.93173	1.90147 i	4
106 A	1	1	0	-7	5	5.01288	2.50644 + 0.71996 i	8
106 B	1	0	0	1	1	3.78578	1.89289 + 1.34336 i	6
106 D	1	1	0	-27	-67	1.04216	0.52108 + 2.34251 i	10
106 E	1	0	0	-283	-2351	0.57180	0.28590 + 0.74288 i	48

Taula 23

Grups de Galois

Entrades:

Taula 23a: Els primers p, $3 \leq p \leq 11$, per a $\mathbf{GL}_2(\mathbb{F}_p)/\{\pm 1\}$.

Taula 23b: Els primers $p = 3$, 5, per a $\mathbf{GL}_2(\mathbb{F}_p)$.

Taula 23c: Els primers p, $3 \leq p \leq 13$, per a $\mathbf{PGL}_2(\mathbb{F}_p)$.

Taula 23d: Els primers p, $5 \leq p \leq 13$, per a $\mathbf{PSL}_2(\mathbb{F}_p)$.

Contingut:

Polinomis $P_T(X) := \sum_{k=0}^{d} a_k(T)X^k$, amb grup de Galois sobre $\mathbb{Q}(T)$ isomorf a G.

Polinomis $P(X) := \sum_{k=0}^{d} a_k X^k$, amb grup de Galois sobre $\mathbb{Q}$ isomorf a G.

Definicions:

$$
\begin{aligned}
E_T :&\quad Y^2 = 4X^3 - TX - T, \text{ corba el·líptica genèrica sobre } \mathbb{Q}(T),\\
p^* &:= \left(\frac{-1}{p}\right) p,\\
K &:= \mathbb{Q}\left(\sqrt{p^*}\right),\\
\langle\sigma\rangle &:= \mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q}),\\
\ell &:= \begin{cases} 2, & \text{si } p \neq 7,\\ 3, & \text{si } p = 7,\end{cases}\\
w_\ell &:= \text{ involució d'Atkin-Lehner},\\
L_N &:= \mathbb{Q}(X_0(N)),\\
\widetilde{L}_N &:= (L_N K)^{w_\ell \otimes \sigma}.
\end{aligned}
$$

Fórmules:

Taula 23a:

$$\begin{aligned} G =& \mathbf{GL}_2(\mathbb{F}_p)/\{\pm 1\}, \\ d =& \frac{1}{2}\varphi(p)\psi(p), \\ P_T(X) =& \text{ polinomi que té per arrels les coordenades } x \\ & \text{dels punts de } p\text{-torsió no trivials de } E_T, \\ P(X) =& \text{ polinomi que té per arrels les coordenades } x \\ & \text{dels punts de } p\text{-torsió no trivials de } X_0(11), \text{ si } p = 3, 7, \\ & \text{o bé de } X_0(20), \text{ si } p = 5, 11. \end{aligned}$$

Taula 23b:

$$\begin{aligned} G =& \mathbf{GL}_2(\mathbb{F}_p), \\ d =& \varphi(p)\psi(p), \\ P_T(X) =& \text{ polinomi irreductible de } x + y \text{ sobre } \mathbb{Q}(T), \\ & \text{on } (x, y) \text{ és qualsevol punt de } p\text{-torsió no trivial de } E_T, \\ P(X) =& \text{ polinomi irreductible de } x + y \text{ sobre } \mathbb{Q}, \\ & \text{on } (x, y) \text{ és qualsevol punt de } p\text{-torsió no trivial de } X_0(11), \\ & \text{si } p = 3, \text{ o bé de } X_0(20), \text{ si } p = 5. \end{aligned}$$

Taula 23c:

$$\begin{aligned} G =& \mathbf{PGL}_2(\mathbb{F}_p), \\ d =& \psi(p), \\ P_T(X) =& \Phi_p(X, T), \text{ polinomi modular, (cf. Taula 18)}, \\ P(X) =& \text{ polinomi obtingut en especialitzar } P_T(X) \text{ en } T = 1, \\ & \text{si } p \neq 3, \text{ i en } T = 2, \text{ si } p = 3. \end{aligned}$$

Taula 23d:

$$\begin{aligned} G =& \mathbf{PSL}_2(\mathbb{F}_p), \\ d =& \psi(p), \\ P_T(X) =& \text{ polinomi definidor de l'extensió } \widetilde{L}_{\ell p}/\widetilde{L}_\ell, \\ P(X) =& \text{ polinomi obtingut en especialitzar } P_T(X) \text{ en } T = 1. \end{aligned}$$

Referències: **[Se 72]**, **[Shi 78]**, **[Sh 71]**.

Taula 23a

$GL_2(\mathbb{F}_3)/\{\pm 1\}$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$\frac{-T^2}{16}$	$-\frac{1}{9}$
1	$-3T$	$\frac{19}{9}$
2	$\frac{-3}{2}$	-2
3	0	0
4	3	3

$GL_2(\mathbb{F}_5)/\{\pm 1\})$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$-T^4 + \frac{T^5}{32} + \frac{T^6}{4096}$	$\frac{-12682407871}{531441}$
1	$-\frac{T^4}{2} + \frac{25T^5}{256}$	$\frac{-5778048760}{59049}$
2	$\frac{-15T^4}{16} + \frac{25T^5}{512}$	$\frac{-125480630}{2187}$
3	$25T^3 - \frac{5T^4}{16}$	$\frac{-861105440}{19683}$
4	$30T^3 - \frac{125T^4}{256}$	$\frac{-55022165}{729}$
5	$\frac{87T^3}{8}$	$\frac{-2077328}{81}$
6	$\frac{-15T^2+75T^3}{16}$	$\frac{-4031780}{243}$
7	$15T^2$	$\frac{65120}{27}$
8	$\frac{105T^2}{16}$	$\frac{-4235}{3}$
9	$-95T$	$\frac{28120}{27}$
10	$\frac{-31T}{2}$	$\frac{682}{3}$
11	0	0
12	5	5

Taula 23a (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_7)/\{\pm 1\}$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$T^8 - \frac{3T^9}{32} + \frac{13T^{10}}{4096} - \frac{5T^{11}}{131072} - \frac{T^{12}}{16777216}$	$\frac{10525595365}{282429536481}$
1	$\frac{7T^8}{2} - \frac{63T^9}{256} + \frac{7T^{10}}{1024} - \frac{49T^{11}}{524288}$	$-\frac{8825733833}{31381059609}$
2	$\frac{133T^8}{16} - \frac{189T^9}{512} + \frac{231T^{10}}{65536} - \frac{49T^{11}}{1048576}$	$\frac{4983980218}{3486784401}$
3	$49T^7 + \frac{203T^8}{16} - \frac{595T^9}{1024} + \frac{105T^{10}}{65536}$	$-\frac{86342277847}{10460353203}$
4	$\frac{371T^7}{2} + \frac{385T^8}{64} - \frac{525T^9}{1024} + \frac{651T^{10}}{524288}$	$\frac{38141798548}{1162261467}$
5	$\frac{903T^7}{4} - \frac{329T^8}{128} - \frac{7161T^9}{32768}$	$-\frac{2752622530}{43046721}$
6	$-686T^6 + 140T^7 - \frac{2975T^8}{1024} - \frac{3689T^9}{65536}$	$-\frac{4168371494}{387420489}$
7	$-1740T^6 + \frac{5135T^7}{64} - \frac{841T^8}{1024}$	$\frac{4538721292}{14348907}$
8	$\frac{-27615T^6}{16} + \frac{12999T^7}{256} + \frac{15673T^8}{65536}$	$-\frac{1026861262}{1594323}$
9	$1519T^5 - 910T^6 + \frac{26607T^7}{1024}$	$\frac{5550311711}{14348907}$
10	$\frac{6433T^5}{2} - \frac{37275T^6}{128} + \frac{5271T^7}{2048}$	$\frac{980811608}{1594323}$
11	$\frac{10171T^5}{4} - \frac{19005T^6}{128}$	$-\frac{201055036}{177147}$
12	$-3626T^4 + \frac{581T^5}{2} - \frac{27979T^6}{1024}$	$-\frac{372914486}{531441}$
13	$-8330T^4 + \frac{10115T^5}{64}$	$\frac{207785900}{59049}$
14	$\frac{-9615T^4}{4} + \frac{10283T^5}{128}$	$-\frac{3887644}{2187}$
15	$12964T^3 - \frac{497T^4}{4}$	$-\frac{84840700}{19683}$
16	$\frac{17871T^3}{2} - \frac{35231T^4}{256}$	$\frac{3983875}{729}$
17	$\frac{11571T^3}{8}$	$-\frac{146566}{81}$
18	$-2681T^2 + \frac{4963T^3}{16}$	$-\frac{431837}{729}$
19	$-7T^2$	$\frac{532}{81}$
20	$-\frac{1477T^2}{8}$	$-\frac{2954}{9}$
21	$-986T$	$\frac{18734}{27}$
22	$-77T$	$-\frac{308}{3}$
23	0	0
24	7	7

Taula 23a (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_{11})/\{\pm 1\}$	
k	$a_k(T)$
0	$T^{20} - \frac{3T^{21}}{16} + \frac{33T^{22}}{2048} - \frac{113T^{23}}{131072} + \frac{539T^{24}}{16777216} - \frac{115T^{25}}{134217728} + \frac{1111T^{26}}{68719476736} - \frac{113T^{27}}{549755813888} + \frac{407T^{28}}{281474976710656} - \frac{19T^{29}}{9007199254740992} + \frac{T^{30}}{1152921504606846976}$
1	$11T^{20} - \frac{225T^{21}}{128} + \frac{249T^{22}}{2048} - \frac{2665T^{23}}{524288} + \frac{159T^{24}}{1048576} - \frac{14423T^{25}}{4294967296} + \frac{1843T^{26}}{34359738368} - \frac{1407T^{27}}{2199023255552} + \frac{2827T^{28}}{562949953421312} - \frac{259T^{29}}{72057594037927936}$
2	$\frac{557T^{20}}{8} - \frac{1287T^{21}}{128} + \frac{38187T^{22}}{65536} - \frac{19471T^{23}}{1048576} + \frac{27645T^{24}}{67108864} - \frac{61875T^{25}}{8589934592} + \frac{44753T^{26}}{549755813888} - \frac{11067T^{27}}{17592186044416} + \frac{32799T^{28}}{4503599627370496} - \frac{259T^{29}}{144115188075855872}$
3	$190T^{19} + \frac{1077T^{20}}{4} - \frac{40161T^{21}}{1024} + \frac{136037T^{22}}{65536} - \frac{220795T^{23}}{4194304} + \frac{54169T^{24}}{67108864} - \frac{101431T^{25}}{8589934592} + \frac{125945T^{26}}{1099511627776} + \frac{5675T^{27}}{281474976710656} + \frac{22929T^{28}}{4503599627370496}$
4	$\frac{3647T^{19}}{2} + \frac{162111T^{20}}{256} - \frac{217863T^{21}}{2048} + \frac{734749T^{22}}{131072} - \frac{521099T^{23}}{4194304} + \frac{157941T^{24}}{134217728} - \frac{1602949T^{25}}{137438953472} + \frac{3093829T^{26}}{17592186044416} + \frac{100473T^{27}}{281474976710656} + \frac{103479T^{28}}{72057594037927936}$
5	$\frac{64629T^{19}}{8} + \frac{51045T^{20}}{64} - \frac{3269493T^{21}}{16384} + \frac{1478481T^{22}}{131072} - \frac{8261867T^{23}}{33554432} + \frac{13955373T^{24}}{8589934592} - \frac{1435875T^{25}}{1099511627776} + \frac{777731T^{26}}{4398046511104} + \frac{292269T^{27}}{2251799813685248}$
6	$-4277T^{18} + \frac{346929T^{19}}{16} + \frac{54489T^{20}}{512} - \frac{4186177T^{21}}{16384} + \frac{34455181T^{22}}{2097152} - \frac{50907063T^{23}}{134217728} + \frac{170531083T^{24}}{68719476736} + \frac{19858927T^{25}}{2199023255552} + \frac{25554163T^{26}}{281474976710656} - \frac{78695T^{27}}{4503599627370496}$
7	$-44991T^{18} + \frac{1336917T^{19}}{32} - \frac{752205T^{20}}{512} - \frac{29535117T^{21}}{131072} + \frac{145120441T^{22}}{8388608} - \frac{1816270653T^{23}}{4294967296} + \frac{2132546737T^{24}}{68719476736} + \frac{373958637T^{25}}{4398046511104} + \frac{6163025T^{26}}{281474976710656}$
8	$\frac{-3112461T^{18}}{16} + \frac{17609229T^{19}}{256} - \frac{26510649T^{20}}{8192} - \frac{305051505T^{21}}{2097152} + \frac{3742994079T^{22}}{268435456} - \frac{730351875T^{23}}{2147483648} + \frac{2818434201T^{24}}{1099511627776} + \frac{59446497T^{25}}{17592186044416} + \frac{137992697T^{26}}{4503599627370496}$
9	$156189T^{17} - \frac{1893243T^{18}}{4} + \frac{106075035T^{19}}{1024} - \frac{6426959557T^{20}}{131072} - \frac{1141000773T^{21}}{16777216} + \frac{320535501T^{22}}{33554432} - \frac{7242492741T^{23}}{34359738368} + \frac{1487387253T^{24}}{1099511627776} + \frac{204003591T^{25}}{281474976710656}$
10	$\frac{2728011T^{17}}{2} - 792594T^{18} + \frac{5413027957T^{19}}{4096} - \frac{6479593791T^{20}}{1048576} - \frac{293613217T^{21}}{33554432} + \frac{25042799793T^{22}}{4294967296} - \frac{3781809669T^{23}}{34359738368} + \frac{3999164301T^{24}}{8796093022208} + \frac{276906637T^{25}}{562949953421312}$
11	$\frac{203433697T^{17}}{4} - \frac{2890604617T^{18}}{256} + \frac{89596432537T^{19}}{65536} - \frac{6468692457T^{20}}{1048576} + \frac{1418938785T^{21}}{33554432} + \frac{32082569737T^{22}}{1073741824} - \frac{270996313657T^{23}}{549755813888} + \frac{772158771T^{24}}{8796093022208}$
12	$-2293791T^{16} + \frac{353208801T^{17}}{32} - \frac{62019564817T^{18}}{4096} + \frac{7978922061T^{19}}{65536} - \frac{808568178757T^{20}}{16777216} + \frac{62756399737T^{21}}{134217728} + \frac{854336938717T^{22}}{68719476736} - \frac{2384227023T^{23}}{137438953472} + \frac{21568236277T^{24}}{281474976710656}$
13	$\frac{-336862297T^{16}}{2} + \frac{4246313511T^{17}}{256} - \frac{1824840963T^{18}}{1024} + \frac{521963140717T^{19}}{524288} - \frac{262100089357T^{20}}{8388608} + \frac{1287647768977T^{21}}{4294967296} + \frac{20030332177T^{22}}{4294967296} - \frac{173580415357T^{23}}{4398046511104}$
14	$\frac{-857990007T^{16}}{16} + \frac{101529315217T^{17}}{512} - \frac{1139148439117T^{18}}{65536} + \frac{770349377617T^{19}}{1048576} - \frac{1178799180577T^{20}}{67108864} + \frac{1247343050077T^{21}}{8589934592} + \frac{98940744765T^{22}}{549755813888} - \frac{36548329477T^{23}}{8796093022208}$
15	$14908521T^{15} - \frac{1633695861T^{16}}{16} + \frac{208787621797T^{17}}{1024} - \frac{93398795259T^{18}}{65536} + \frac{1981668251257T^{19}}{4194304} - \frac{558754328797T^{20}}{67108864} + \frac{98935472907T^{21}}{17179869184} + \frac{300807006397T^{22}}{549755813888}$

Taula 23a (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_{11})/\{\pm 1\}$ (cont.)	
k	$a_k(T)$
16	$\frac{171550827T^{15}}{2} - \frac{4393238217T^{16}}{32} + \frac{74585210667T^{17}}{4096} - \frac{1048039506459T^{18}}{1048576} + \frac{556681586857T^{19}}{2097152} - \frac{6945907146397T^{20}}{2147483648} + \frac{184197924171T^{21}}{137438953472} + \frac{1374144353737T^{22}}{17592186044416}$
17	$\frac{437719473T^{15}}{2} - \frac{36916775775T^{16}}{256} + \frac{9247853719837T^{17}}{65536} - \frac{1558317257737T^{18}}{262144} + \frac{4291016764957T^{19}}{33554432} - \frac{9818380662397T^{20}}{8589934592} - \frac{316650359797T^{21}}{1099511627776}$
18	$-13537218T^{14} + \frac{56102779417T^{15}}{16} - \frac{2523068020777T^{16}}{2048} + \frac{1254813814947T^{17}}{131072} - \frac{1588898916937T^{18}}{524288} + \frac{6468714192277T^{19}}{134217728} - \frac{24660728764837T^{20}}{68719476736} - \frac{1299477138997T^{21}}{2199023255552}$
19	$15725523T^{14} + \frac{541311513937T^{15}}{128} - \frac{177531766071T^{16}}{2048} + \frac{7293423844417T^{17}}{131072} - \frac{11675751465537T^{18}}{8388608} + \frac{60436821151417T^{19}}{4294967296} - \frac{4198878968137T^{20}}{68719476736}$
20	$\frac{38336942497T^{14}}{16} + \frac{8195068537T^{15}}{2} - \frac{34472800035637T^{16}}{65536} + \frac{2768654937345T^{17}}{1048576} - \frac{73393843807357T^{18}}{134217728} + \frac{166952867073377T^{19}}{4294967296} - \frac{3119562774977T^{20}}{1099511627776}$
21	$-222109437T^{13} + 549258171T^{14} + \frac{312192119547T^{15}}{1024} - \frac{1916494095549T^{16}}{65536} + \frac{89022129479257T^{17}}{8388608} - \frac{5315061962437T^{18}}{33554432} + \frac{2919003658131T^{19}}{34359738368}$
22	$\frac{-30179853877T^{13}}{2} + \frac{733953321697T^{14}}{128} + \frac{85690766997T^{15}}{512} - \frac{7303663415859T^{16}}{524288} + \frac{66349862856157T^{17}}{16777216} - \frac{155453192670877T^{18}}{4294967296} + \frac{36547760759137T^{19}}{68719476736}$
23	$\frac{-166374564757T^{13}}{4} + \frac{229452782017T^{14}}{64} + \frac{25802380702177T^{15}}{32768} - \frac{27030797413297T^{16}}{524288} + \frac{402201194869577T^{17}}{33554432} - \frac{33178927576057T^{18}}{4294967296}$
24	$1259455173T^{12} - \frac{1925432373937T^{13}}{32} + \frac{10818216778057T^{14}}{4096} + \frac{306771868785T^{15}}{8192} - \frac{142189344736957T^{16}}{8388608} + \frac{3475331517423T^{17}}{134217728} - \frac{47588653567837T^{18}}{68719476736}$
25	$\frac{144968966017T^{12}}{2} - \frac{13006987053157T^{13}}{256} + \frac{1158064971037T^{14}}{512} + \frac{36107594005057T^{15}}{262144} - \frac{44030184920497T^{16}}{8388608} + \frac{2236482849330317T^{17}}{4294967296}$
26	$\frac{262905822405T^{12}}{16} - \frac{15793920163357T^{13}}{512} + \frac{3867224940171T^{14}}{32768} + \frac{48329382379577T^{15}}{131072} - \frac{75779257410817T^{16}}{67108864} + \frac{4837829704311T^{17}}{8589934592}$
27	$-5348410499T^{11} + \frac{2985886864837T^{12}}{16} - \frac{931504779969T^{13}}{512} + \frac{708236679793T^{14}}{16384} + \frac{47724856898537T^{15}}{4194304} - \frac{15498082712717T^{16}}{67108864}$
28	$-24875546917T^{11} + \frac{31970733330877T^{12}}{256} - \frac{19349070018997T^{13}}{2048} + \frac{84548710731437T^{14}}{524288} + \frac{4747125702577T^{15}}{2097152} - \frac{134499375112817T^{16}}{4294967296}$
29	$\frac{-3433662106097T^{11}}{8} + \frac{826999909605T^{12}}{128} - \frac{121861900017637T^{13}}{32768} + \frac{23067682733357T^{14}}{65536} + \frac{1710682061127T^{15}}{33554432}$
30	$13967795149T^{10} - \frac{6081610564597T^{11}}{16} + \frac{30420667280197T^{12}}{1024} - \frac{86812668944217T^{13}}{65536} + \frac{3078450654367T^{14}}{4194304} + \frac{774332104667T^{15}}{67108864}$

Taula 23a (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_{11})/\{\pm 1\}$ (cont.)	
k	$a_k(T)$
31	$32565694007T^{10} - \frac{11453071109937T^{11}}{64} + \frac{9060295909837T^{12}}{1024} - \frac{890101129335T^{13}}{131072} + \frac{9019713901557T^{14}}{4194304}$
32	$\frac{161295701391T^{10}}{4} - \frac{2037966557781T^{11}}{256} + \frac{17523822145335T^{12}}{65536} - \frac{4474884914445T^{13}}{2097152} + \frac{86081813122697T^{14}}{268435456}$
33	$-80547210047T^9 + \frac{113957379213T^{10}}{4} - \frac{1507744726383T^{11}}{512} + \frac{101403969280057T^{12}}{131072} - \frac{54704906949277T^{13}}{16777216}$
34	$-164561972857T^9 + \frac{709611580310811757T^{10}}{8388608} - \frac{33075140404357T^{11}}{4096} + \frac{1386109223225157T^{12}}{1048576} - \frac{269210362235157T^{13}}{33554432}$
35	$-133849948327T^9 + \frac{14557536575017T^{10}}{256} - \frac{145780496564017T^{11}}{65536} + \frac{11867320732417T^{12}}{1048576}$
36	$-22319781T^8 - \frac{2102901103057T^9}{32} + \frac{59360689348077T^{10}}{4096} - \frac{15875229549197T^{11}}{32768} + \frac{32234897421877T^{12}}{16777216}$
37	$\frac{-97891091437T^8}{2} - \frac{10677256606177T^9}{256} + \frac{1619500600637T^{10}}{512} - \frac{259350623216377T^{11}}{524288}$
38	$\frac{-1535147628637T^8}{16} - \frac{6409901635837T^9}{512} + \frac{53678250370477T^{10}}{65536} - \frac{5439577306797T^{11}}{1048576}$
39	$47600520337T^7 - \frac{4541934455097T^8}{16} - \frac{1228002371757T^9}{1024} + \frac{6936323257057T^{10}}{65536}$
40	$160953897727T^7 + \frac{77666323357T^8}{256} - \frac{1596945016597T^9}{4096} + \frac{119774358003377T^{10}}{1048576}$
41	$\frac{838237256017T^7}{8} - \frac{373330005517T^8}{256} - \frac{4521837739657T^9}{65536}$
42	$-85794726937T^6 + \frac{96687120757T^7}{4} - \frac{835569710257T^8}{2048} - \frac{19361078993377T^9}{131072}$
43	$-100469577787T^6 + \frac{6085603078577T^7}{128} - \frac{177083663797T^8}{2048}$
44	$\frac{-620477776357T^6}{16} + \frac{94477967377T^7}{128} + \frac{5089701774357T^8}{65536}$
45	$15961237717T^5 - \frac{36993701917T^6}{4} + \frac{2026771468757T^7}{1024}$
46	$\frac{18391143217T^5}{2} - \frac{1385001476177T^6}{128} + \frac{98305566757T^7}{2048}$
47	$\frac{14379793897T^5}{4} - \frac{2706499719T^6}{128}$
48	$661339147T^4 + \frac{69388958177T^5}{32} - \frac{5391243935T^6}{4096}$
49	$\frac{-16327162577T^4}{2} + \frac{1433633025T^5}{256}$
50	$\frac{5158404977T^4}{16} + \frac{407894817T^5}{512}$
51	$620453137T^3 + \frac{330341557T^4}{16}$
52	$168878167T^3 - \frac{283660417T^4}{256}$
53	$\frac{85885477T^3}{8}$
54	$-11536037T^2 + \frac{12732397T^3}{16}$
55	$-728937T^2$
56	$\frac{-20769177T^2}{16}$
57	$-232217T$
58	$\frac{-13977T}{2}$
59	0
60	11

Taula 23a (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_{11})/\{\pm 1\}$			
k	a_k	k	a_k
0	$-\frac{133576340354032288121570 71}{423911582752162035142944332 01}$	31	$\frac{44532939825594798490792}{22876792454961}$
1	$\frac{27580666091129603025159608}{47101286972462448349216036 89}$	32	$\frac{245389013555125581790}{282429536481}$
2	$-\frac{18836756674330271908572286}{52334763302736053721351152 1}$	33	$-\frac{22315810369920355314401}{7625597484987}$
3	$-\frac{15088479186409249343891923 7}{15700428990820816116405345 63}$	34	$\frac{256157537764954724129}{94143178827}$
4	$\frac{54909641962534678000870802 9}{17444921100912017907117050 7}$	35	$-\frac{14082906555899451149}{10460353203}$
5	$-\frac{57118068253406982447565643}{21536939630755577663107 47}$	36	$-\frac{19731630837798762179}{94143178827}$
6	$\frac{82997124615093072940770161 09}{58149737003040059690390169}$	37	$\frac{21636528727857543907}{10460353203}$
7	$-\frac{41440899014458009584480823 3}{71789798769185258877024 9}$	38	$-\frac{3454426956707107370}{1162261467}$
8	$\frac{14473428308053601422092066 4}{79766443076872509863361}$	39	$\frac{3103201317815142467}{3486784401}$
9	$-\frac{28623425250858851436763653 65}{71789798769185258877024 9}$	40	$\frac{970561326001404676}{387420489}$
10	$\frac{22750404119392020649099845 4}{79766443076872509863361}$	41	$-\frac{42354805259607379}{14348907}$
11	$\frac{16988418591906808791180777 1}{8862938119652501095929}$	42	$\frac{29701969014459313}{129140163}$
12	$-\frac{22723759273277622550451483 77}{26588814358957503287787}$	43	$\frac{8770117252442590}{4782969}$
13	$\frac{39125907486566384919414100 0}{2954312706550833698643}$	44	$-\frac{812480344985764}{531441}$
14	$\frac{20238509597152353128075036}{109418989131512359209}$	45	$\frac{1962162160913977}{4782969}$
15	$-\frac{14153250510266595640049711 75}{984770902183611232881}$	46	$\frac{71697142584364}{531441}$
16	$\frac{12398148037779656060809173 22}{36472996377170786403}$	47	$-\frac{9448309223276}{59049}$
17	$-\frac{13732378456477593199063546}{405255515301897 6267}$	48	$\frac{6071701489931}{177147}$
18	$-\frac{10274455431998321794 3344223}{36472996377170786403}$	49	$\frac{501435469975}{19683}$
19	$\frac{56812521280022715597970393}{4052555153018976267}$	50	$\frac{4516462423}{729}$
20	$-\frac{75334876861855499537409 53}{450283905890997363}$	51	$-\frac{164451629309}{6561}$
21	$-\frac{23243732327288640466650381}{1350851717672992089}$	52	$\frac{2624458133}{243}$
22	$\frac{21923767925889056269477 21}{150094635296999121}$	53	$-\frac{36262754}{27}$
23	$\frac{26144694894606989787400 6}{5559060566555523}$	54	$-\frac{278940871}{729}$
24	$-\frac{84264647553732844993668 83}{50031545098999707}$	55	$\frac{5539868}{81}$
25	$\frac{18059515142403414462127 4}{1853020188851841}$	56	$-\frac{207691}{9}$
26	$\frac{89880673641939180740773}{205891132094649}$	57	$\frac{441199}{27}$
27	$-\frac{58913191635762668000961 89}{5559060566555523}$	58	$-\frac{2794}{3}$
28	$\frac{41202184698713123225862 84}{617673396283947}$	59	0
29	$\frac{78831056432264655236872}{68630377364883}$	60	11
30	$-\frac{56538094179291931516027 3}{205891132094649}$		

Taula 23b

$GL_2(\mathbb{F}_3)$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$T^3 - \frac{63167T^4}{2304} + \frac{145T^5}{72} - \frac{T^6}{27}$	$-\frac{99019}{19683}$
1	$\frac{-407T^3}{24} + \frac{11T^4}{18}$	$\frac{12232}{2187}$
2	$T^2 - \frac{157T^3}{16} + \frac{T^4}{3}$	$-\frac{2407}{729}$
3	$-19T^2$	$-\frac{7904}{729}$
4	$\frac{197T^2}{24} - \frac{2T^3}{3}$	$\frac{1384}{81}$
5	$-2T - \frac{8T^2}{3}$	$-\frac{10}{3}$
6	$-9T$	$\frac{116}{27}$
7	0	0
8	1	1

Taula 23b (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_5)$	
k	$a_k(T)$
0	$\frac{T^8}{25} - \frac{59903T^9}{2000} - \frac{5343081651T^{10}}{256000} - \frac{21016385279997T^{11}}{1024000} + \frac{81543145964510137T^{12}}{2097152000} - \frac{518138228131697T^{13}}{65536000} + \frac{5745389828077T^{14}}{8192000} - \frac{4301441237T^{15}}{128000} + \frac{582951T^{16}}{6400} - \frac{1321T^{17}}{1000} + + \frac{T^{18}}{125}$
1	$\frac{59T^8}{25} - \frac{14127693T^9}{3200} - \frac{978687321T^{10}}{12800} + \frac{2215363001589777T^{11}}{13107200} - \frac{3857115416437T^{12}}{131072} + \frac{104895264997T^{13}}{51200} - \frac{45611469T^{14}}{6400} + \frac{2477T^{15}}{20} - \frac{43T^{16}}{50}$
2	$-\frac{42271T^8}{200} + \frac{2203578577T^9}{1280} - \frac{129508223659577T^{10}}{1638400} + \frac{4483086098647697T^{11}}{26214400} - \frac{884903059623T^{12}}{327680} + \frac{89734382497T^{13}}{51200} - \frac{18264663T^{14}}{3200} + \frac{37101T^{15}}{400} - \frac{3T^{16}}{5}$
3	$-2T^7 + \frac{964669T^8}{200} + \frac{22581355363T^9}{25600} + \frac{135748649652619T^{10}}{1638400} - \frac{230478933567T^{11}}{25600} + \frac{16753532477T^{12}}{6400} + \frac{1258319T^{13}}{400} - \frac{6514T^{14}}{25} + \frac{16T^{15}}{5}$
4	$\frac{908T^7}{5} - \frac{800527379T^8}{6400} - \frac{13614971430237T^9}{51200} + \frac{7509732897771897T^{10}}{13107200} - \frac{48844547455737T^{11}}{819200} + \frac{48365170737T^{12}}{25600} + \frac{38227T^{13}}{1600} - \frac{3819T^{14}}{40} + \frac{6T^{15}}{5}$
5	$-\frac{1119549T^7}{200} + \frac{34376227007T^8}{16000} + \frac{6453916565834137T^9}{4096000} + \frac{38235177103797T^{10}}{1024000} - \frac{6813729483T^{11}}{4000} + \frac{170142843T^{12}}{2000} - \frac{191718T^{13}}{125} + \frac{216T^{14}}{25}$
6	$\frac{131T^6}{5} + \frac{4961263T^7}{80} - \frac{9078969088477T^8}{25600} + \frac{2393951856325537T^9}{1638400} - \frac{2800805132137T^{10}}{25600} + \frac{85757527T^{11}}{640} + \frac{5737077T^{12}}{100} - \frac{2823T^{13}}{25}$
7	$-\frac{10059T^6}{5} + \frac{2333540297T^7}{320} + \frac{3002067439517T^8}{25600} + \frac{28320619493T^9}{640} - \frac{1910248407T^{10}}{400} + \frac{3694968T^{11}}{25} - 1392T^{12}$
8	$\frac{2389897T^6}{5} - \frac{430609912297T^7}{3200} + \frac{2283533381227277T^8}{1638400} - \frac{14901402306997T^9}{25600} - \frac{629632887T^{10}}{3200} + \frac{1032567T^{11}}{100} - \frac{1953T^{12}}{25}$
9	$-\frac{112T^5}{5} - \frac{41899481T^6}{100} + \frac{16726498680177T^7}{25600} + \frac{71825855537T^8}{256} - \frac{2278929497T^9}{100} + \frac{10001297T^{10}}{25} + 96T^{11}$
10	$\frac{110246T^5}{25} - \frac{453697253797T^6}{16000} + \frac{1800564259609377T^7}{256000} - \frac{121839174737T^8}{3200} - \frac{7223261T^9}{1000} + \frac{240298T^{10}}{125}$
11	$-\frac{113734197T^5}{100} + \frac{866557776097T^6}{3200} + \frac{1318768997T^7}{200} - \frac{14979567T^8}{25} + \frac{294288T^9}{25}$
12	$-\frac{907T^4}{5} + \frac{182965727T^5}{200} + \frac{73018837717T^6}{25600} + \frac{1479624871T^7}{1600} - \frac{1364603T^8}{20} + \frac{6212T^9}{5}$
13	$-5354T^4 + \frac{165766369017T^5}{1600} - \frac{727494593T^6}{400} + \frac{2761656T^7}{25} - \frac{10608T^8}{5}$
14	$\frac{4315557T^4}{20} - \frac{273726811637T^5}{3200} + \frac{148986877T^6}{20} - \frac{79278T^7}{5}$
15	$124T^3 - \frac{663888117T^4}{100} + \frac{503523027T^5}{125} - \frac{348048T^6}{25}$
16	$\frac{12138T^3}{5} - \frac{549164305377T^4}{1280} + \frac{643452397T^5}{200} - \frac{150309T^6}{25}$
17	$-\frac{3160167T^3}{40} - \frac{5459583T^4}{50} + \frac{105696T^5}{25}$
18	$355T^2 - \frac{2340594377T^3}{80} + \frac{275597T^4}{25}$
19	$-\frac{45281T^2}{5} + \frac{9888T^3}{25}$
20	$\frac{2584757T^2}{200} - \frac{66522T^3}{125}$
21	$-38T - \frac{4584T^2}{25}$
22	$-\frac{1111T}{5}$
23	0
24	1

Taula 23b (cont.)

$GL_2(\mathbb{F}_5)$	
k	a_k
0	$\frac{-22244071381663913964894229898410949}{35303692060125}$
1	$\frac{8601400047320325291657851398052 8}{784526490225}$
2	$\frac{12785226284627771745651205340228}{87169610025}$
3	$\frac{-11715729365177563628667136930 24}{261508830075}$
4	$\frac{-45928020519201089921625700 5742}{29056536675}$
5	$-\frac{39083521906662951747689376464}{5380840125}$
6	$\frac{10962889748922913211031517892}{9685512225}$
7	$\frac{45228704166333520879551731 2}{358722675}$
8	$\frac{796842354191622005836507}{39858075}$
9	$-\frac{14766285073891337889949024}{358722675}$
10	$\frac{775277329660201784827448}{199290375}$
11	$\frac{4733042861028364388288}{4428675}$
12	$\frac{1717247835911577139604}{13286025}$
13	$\frac{31287200165269845344}{1476225}$
14	$-\frac{268825447992535496}{54675}$
15	$\frac{601235779737747328}{2460375}$
16	$\frac{897986199550597}{3645}$
17	$\frac{11235894712112}{2025}$
18	$-\frac{14599891947628}{18225}$
19	$\frac{4051715296}{2025}$
20	$-\frac{3553665986}{1125}$
21	$\frac{26342672}{675}$
22	$-\frac{36884}{15}$
23	0
24	1

Taula 23c

$PGL_2(\mathbb{F}_3)$	
k	a_k
0	3710853555683622912016
1	1853884215540211344352
2	470795629642200
3	34733008
4	1

$PGL_2(\mathbb{F}_5)$	
k	a_k
0	14141322817830507052903132759943129922818998272 1
1	530102939008919308692993536888323369267276 74
2	67290598901806233794424033394721819617 75
3	28005234679186825102776404782996856 0
4	1413658123238627268557935
5	1718552082309
6	1

$PGL_2(\mathbb{F}_7)$	
k	a_k
0	14647785634879873648776484164922594669596364938043657755024506880 01
1	12205106404925249077414512660780252998669452723955744778328478108 08
2	14639264948118513581901626643636580821641369933430516947467434380 92
3	13354343805047864634478727745326865080438927111967586163392102
4	41929322239902636769767486508114509526980796654582209102
5	42279985671549750230960867946645819407882520601592
6	46920198990141599171435320108227 41
7	70268317462590617
8	1

Taula 23c (cont.)

$PGL_2(\mathbb{F}_{11})$	
k	a_k
0	392052648291086543837060374829783639843938309474502795509248543550765471162311634393336189935915733906785341639258606008320000 1
1	−37015300848616658672228855442943216290655612049578010088316877540105367110806851454311444606365262866555424216181547062176 12
2	150502421468930860805769120454491845769052913839423195335367117721074381972086186658953123483960397721596531611406763786 6
3	−33700524781003133149276315961582676282548694407755598300167993069495167032045668367811525616028782116819219923936181 5
4	43774720690702328907669991778933239861299612212192962870426208929618706797843919584262735259804847237912854736935
5	−31191878113315338869650325289670854333334136926033573987643567780431972458999048083999694155483961322071338 60
6	952609636342096250053024056069074856485276278904873459174345484213622554288644820916633732914847031801 03
7	594729424995210237014941268596759781055071715487754771025670767398812653979276691092569093530728
8	14055645753371195985209266926314487025840185974243582447543345340806048356646387811610 57
9	96366517264300400576729437019114963509068420530008470594397973624917638465736 3
10	643466948106413632701190944011851026365502631971919 75
11	−5148614720502692217999087 0
12	1

Taula 23c (cont.)

$PGL_2(\mathbb{F}_{13})$	
k	a_k
0	14723560969750327824743190146715830106541609520417347021145839573940231223926310529357694346802027635741021244740963531064981277450735821482870374400 1
1	−339425612038424031058108447243755196078020141345173851756993866192706830106216433663433513703585403450046217297809645459377654144796951949960521938 06
2	14717633172837368850311889752479678303031489274056295945106724033928752462198075909497706653531993613669407656769973649848387778644718307888060991116 3
3	22051225974579191718999353480344918459807374265385207677195728625053472274124409014330402282752662244857625595786050580698696963367997219208310776
4	18805095232198688297703826918389771691437808794765500123676174998541110099280008512451346701133372509462853915844423086858535185409064290331 29
5	97500869622853195366705716656452421354838272306073006110783107502295957712147527197979050077437155168861500400194354758400498099075509057
6	33026244510563221117753180755480214660107403822839646766320590945850437876073951070247828026129494223890033711804472446094556625636 51
7	66363770764409899187211428707816391080627897751804208273519278972402663030845837259124918159699240579581217350804988151009502396
8	76610014494776679353822057173161980382187969613942049956680982350707770191086640178307417265261103253399312286737886164414 7
9	12363972768902235349628586115711801765200064103584523944118809043011550304275888338662682085995747105116181894072 2
10	82263947359396409218805658192383551596094036260501564252068596273121430625183438299625532112289044901 05
11	14548620978369449152203283307874029150591777116445715044892611271489234494313663941866136251 6
12	25405735954410081725316266583116818781941762204138525935127826 7
13	−13200970457692229491546396291150
14	1

Taula 23d

$PSL_2(\mathbb{F}_5)$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$-5-625T$	-630
1	$12+1250T$	1262
2	$-10-1125T$	-1135
3	$4+500T$	504
4	$-1-75T$	-76
5	$10T$	10
6	T	1

$PSL_2(\mathbb{F}_7)$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	27	27
1	$1134T$	1134
2	$-245+16807T^2$	16562
3	$-18522T$	-18522
4	$21609+151263T^2$	172872
5	$-129654T$	-129654
6	$194481+453789T^2$	648270
7	$388962T$	388962
8	$453789T^2$	453789

Taula 23d (cont.)

$PSL_2(\mathbb{F}_{11})$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	$2400 + 26411T^2$	28811
1	$-132T$	-132
2	$72556 + 790130T^2$	862686
3	$26620T$	26620
4	$810216 + 9571221T^2$	10381437
5	$-1054152T$	-1054152
6	$5505016 + 47026892T^2$	52531908
7	$11595672T$	11595672
8	$11478544 + 205984229T^2$	217462773
9	$-35431220T$	-35431220
10	$28989180 + 201957954T^2$	230947134
11	$21258732T$	21258732
12	$14172488 + 175384539T^2$	189557027

$PSL_2(\mathbb{F}_{13})$		
k	$a_k(T)$	a_k
0	4	1
1	$-624T$	-156
2	$1183 + 28561T^2$	7436
3	$-140608T$	-35152
4	$175760 + 1485172T^2$	415233
5	$-5026736T$	-1256684
6	$1542294 + 28960854T^2$	7625787
7	0	0
8	$-41584816 - 965361807T^2$	34530249
9	$849518384T$	212379596
10	$-4826809 - 8220055727T^2$	-2056220634
11	$4015905088T$	1003976272
12	$3262922884 - 58732611912T^2$	13867422257
13	$3011928816T$	752982204
14	$-81573072100 + 1057187014416T^2$	243903485579

Referències

[Ap 76] Apostol, T.M.: *Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory*, Springer, 1976.

[At-Le 70] Atkin, A.O.L; Lehner, J.: Hecke operators on $\Gamma_0(m)$, *Math. Ann* **185** (1970), 134-160.

[Bil-Mah 40] Billing, G.; Mahler, K.: On exceptional points on cubic curves, *J. London Math. Soc.* **15** (1940), 32-43.

[Bi 73] Birch, B.J.: Some calculations on modular relations, en el llibre *Modular functions of one variable I*, Lecture Notes, n. 320, Springer, 1973, pp. 177-186.

[Co-Oe 77] Cohen, H.; Oesterlé, J.: Dimensions des espaces de formes modulaires, en el llibre *Modular functions of one variable VI*, Lecture Notes, n. 627, Springer, 1977, pp. 69-78.

[Fr 22] Fricke, R.; Die ellistischen Funktionen und ihre Anwendungen II, Leipzig, 1922.

[Go 92] Gonzalenz, J.: Equations of hyperelliptic modular curves, *Ann. Inst. Fourier* **41** (1991), 779-795.

[Ke 79] Kenku, M.A.: The modular curve $X_0(39)$ and rational isogeny, *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* **85** (1979), 21-23.

[Kl 76] Kluit, P.G.: On the normalizer of $\Gamma_0(N)$, en el llibre *Modular functions of one variable V*, Lecture Notes, n. 601, Springer, 1976, pp. 239-246.

[Ku 76] Kubert, D.S.: Universal bounds on the torsion of elliptic curves, *Proc. London Math. Soc.* **33** (1976), 193-237.

[La 73] Lang, S.: *Elliptic functions*, Addison-Wesley, 1973.

[Li 76] Ligozat, G.: Courbes modulaires de niveau 11, en el *llibre Modular functions of one variable V*, Lecture Notes, n. 601, Springer, 1976, pp. 149-237.

[Mas 67] Massey, W.S.: *Algebraic topology: an introduction*, Harcourt, Brace & World, New York, 1967.

[Ma-Sw 74] Mazur, B.; Swinnerton-Dyer, P.: Arithmetic of Weil curves, *Invent. Math.* **25** (1974), 1-61.

[Ma-Ve 72] Mazur, B.; Vélu, J.: Courbes de Weil de conducteur 26, *C.R. Acad. Sc. Paris* **275** (1972), 743-745.

[Me 81] Mestre, J.-F.: Corps euclidiens, unités exceptionelles et courbrs elliptiques, *J. Number Theory* **13**, 123-137.

[Og 71] Ogg, A.P.: Rational points of finite order on elliptic curves, *Invent. Math.* **12** (1971), 105-111.

[Og 74] _____: Hyperelliptic modular curves, *Bull. Soc. Math. France* **102** (1974), 449-462.

[Ra 29] Rademacher, H.: Über die Erzeugenden von Kongruenzuntergruppen der Modulgruppe, *Abh. Math. Seminar Hamburg* **7** (1929), 134-138.

[Re 86] Reichert M.A.: Explicit determination of nontrivial torsion structures of elliptic curves over quadratic number fields, *Math of Comp.* **46** (1986), 637-658.

[Se 72] Serre, J-P.: Propriétés galoisiennes des points d'ordre fini des courbes el·liptiques, *Invent. Math.* **15** (1972), 259-331.

[Shi 78] Shih, K.: p-Division points on certain elliptic curves, *Compositio Math.* **36**, n. 2 (1978), 113-129.

[Sh 59] Shimura, G.: Sur les intégrales attechées aux formes automorphes, *Jour. Math. Soc. Japan* **11**, n. 4 (1959), 291-311.

[Sh 71] _____: *Introduction to the arithmetic theory of automorphic functions*, Publication of the Mathematical Society of Japan, n. 11, Princeton University Press, 1971.

[Za 85] Zagier, D.: Modular parametrizations of elliptic curves, *Canad. Math. Bull.* **28** (1985), 372-384.